МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ

ОДЕСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Розіна О.Ю., Корнієнко Ю.К.,Чікункова Т.О.

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

Посібник до самостійної роботи

Одеса – 2014

Розіна О.Ю., Корнієнко Ю.К., Чікункова Т.О. Фізичні основи механіки.: Посібник до практичних та лабораторних занять для іноземних студентів. Одеська національна академія харчових технологій, 2014. – 56 с.

Посібник до практичних та лабораторних занять для іноземних студентів стосується розділу “Механіка” загального курсу фізики, який викладається студентам денної форми навчання напрямів підготовки:
6.050101 «Комп’ютерні науки», 6.050102 «Комп’ютерна інженерія», 6.040106 «Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природо-користування», 6.050701 Електротехніка та електротехнології, 6.050601 Теплоенергетика, 6.050304 Нафтогазова справа.
У даному посібнику матеріал викладений детальніше, збільшена кількість математичних довідникових матеріалів, з урахуванням низької початкової підготовки у певної групи студентів цієї категорії. Виходячи з мовних проблем, мовою посібника обрана російська. Основні терміни представлені на двох мовах: українській та російській, що сприяє поступовому засвоєнню матеріалу українською мовою на наступних етапах навчання.

Рецензент: кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри загальної та хімічної фізики ОНУ ім.І.І.Мечникова В.Я. Гоцульський

Розглянуто та рекомендовано до видання на засіданні кафедри прикладної фізики та електротехнологій.
Протокол № 7 від 12 лютого 2014 р.

Розглянуто та рекомендовано до видання на засіданні науково-методичної комісії з напряму підготовки 6.040106 «Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування»

Введение. Общие замечания и рекомендации

Изучение общего курса физики предполагает посещение лекций, решение задач на практических занятиях и самостоятельное выполнение домашних заданий, а также выполнение лабораторных работ. Общий объем работы поделен на четыре тематических модуля. Каждый модуль завершается выполнением контрольного задания. К выполнению контрольного задания допускаются только те студенты, которые выполнили и сдали преподавателю протоколы всех лабораторных работ данного модуля.

Данное пособие предназначено для изучения материала первого модуля, охватывающего раздел «Механика». Первая часть предназначена для использования на плановых практических занятиях при решении задач под руководством преподавателя. Во второй части подробно описаны лабораторные работы, обязательные для выполнения.

Ниже в таблице приведены основные физические величины, описывающие механические процессы, их рекомендованные обозначения и единицы измерения. Для удобства терминология приведена на украинском и русском языках.

Назва - *укр.*	**Обозна-чение**	**Размерность в SI**	**Название – *рус.***
Довжина	l , s , x	м, метр	Длина
Час	t	с, секунда	Время
Швидкість	υ	м/с,	Скорость
Прискорення	a	м/с^2,	Ускорение
Кутове переміщення	φ	рад, радиан	Угловое перемещение
Кутова швидкість	ω	рад/с	Угловая скорость
Кутове прискорення	ε	рад/с^2	Угловое ускорение
Частота обертання	ν	1/с = Гц, Герц	Частота вращения
Період обертання	T	с	Период вращения
Сила	F	Н , Ньютон	Сила
Маса	m	кг, кілограм	Масса
Імпульс	p	кг · м/с	Импульс
Момент сили	M	Н· м	Момент силы
Момент інерції	J	кг · м^2	Момент инерции
Момент імпульсу	L	кг· м^2/с	Момент импульса
Робота сили	A	Н·м=Дж, Джоуль	Работа силы
Потужність	N	Вт, Ватт	Мощность
Енергія	W , E , $К$, $П$	Дж	Энергия

1. Кинематика

1.1. Кинематика поступательного движения. Положение точки в пространстве определяет ее радиус-вектор . Движение точки характеризуют следующие основные параметры –

вектор перемещения $\Delta\vec{r}$,

скорость - средняя $\vec{\upsilon} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ и мгновенная $\vec{\upsilon} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$, (1)

и ускорение - среднее $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$ и мгновенное $\vec{a} = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}$. (2)

Интегрированием функции $a(t)$ можно определить, как зависят от времени скорость и координата тела, соответственно

$$\upsilon(t) = \int a(t)dt \quad (3)$$

$$x(t) = \int \upsilon(t)dt\,. \quad (4)$$

В случае прямолинейного равноускоренного движения интегрированием получаем соотношения

$$\upsilon(t) = \upsilon_o + at \quad (5)$$

$$x(t) = x_o + \upsilon_o t + \frac{at^2}{2}\,, \quad (6)$$

где x_o и υ_o, соответственно, начальная координата и начальная скорость точки.

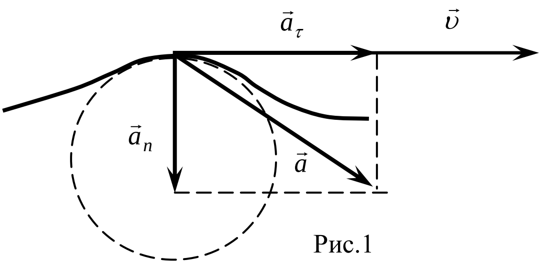


Рис.1

В случае плоского криволинейного движения тела его скорость направлена по касательной к траектории; полное ускорение имеет две взаимно перпендикулярные составляющие (рис.1)

тангенциальную $a_\tau = \dfrac{d\upsilon}{dt}$ (7)

и нормальную $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$. (8)

Тангенциальная составляющая ускорения характеризует изменение численного значения скорости и направлена по касательной к траектории движения точки. **Нормальная составляющая** характеризует изменение направления скорости, она направлена вдоль радиуса кривизны траектории. Величина R характеризует мгновенный радиус кривизны траектории. **Полное ускорение** определяется как векторная сумма этих составляющих, и может быть определено по теореме Пифагора

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\,. \quad (9)$$

1.2. Кинематика вращательного движения. Кинематика вращательного движения твердого тела построена таким образом, чтоб структура формул (1-6) сохранялась. Для этого введены такие параметры:

угловое перемещение $\Delta\varphi$,

угловая скорость $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$ (10)

угловое ускорение $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt}$. (11)

Для равноускоренного вращения угловая скорость и угловое перемещение определяются формулами

$$\omega(t) = \omega_o + \varepsilon \cdot t \qquad (12)$$

$$\varphi(t) = \varphi_o + \omega_o t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} . \qquad (13)$$

Каждая точка твердого тела двигается по окружности, модуль ее линейной скорости определяется радиусом окружности и угловой скоростью

$$\upsilon = R \cdot \omega , \qquad (14)$$

а угловое ускорение характеризует не полное ускорение точки, а только его тангенциальную составляющую

$$a_\tau = R \cdot \varepsilon \qquad (15)$$

Вращательное движение характеризуют также период T и частота ν вращения. Справедливо, что $\nu = 1/T$. Оба параметра связаны с угловой скоростью, а именно

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi\nu . \qquad (16)$$

Угловое перемещение $\Delta\varphi$ связано с количеством оборотов N соотношением

$$\Delta\varphi = 2\pi N \qquad (17)$$

Задачи для самостоятельного решения

Кинематика поступательного движения

1.1 Точка двигалась 8 с со скоростью 4 м/с, 22 с со скоростью 36 км/ч и 0,3 минуты со скоростью 12 м/с. Какова средняя скорость движения точки?

1.2 Тело двигалось 6 с со скоростью 12 км/ч, затем 10 с стояло, следующие 14 с двигалось со скоростью 12 м/с. Определить среднюю скорость движения.

1.3 В какой момент времени скорости точек будут одинаковыми, если они двигаются согласно уравнениям $x_1 = 15 + 3t - 5t^2$ и $x_2 = 8 + 4t + 2t^2$. Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент времени?

1.4 Движение двух точек описывается уравнениями $x_1 = 2t + 6t^2 - 9t^3$ и $x_2 = 3t - 5t^2 + 2t^3$. В какой момент времени ускорения этих точек будут одинаковыми? Найти скорости точек в этот момент.

1.5 Зависимость пути, пройденного телом, от времени задано уравнением $s = A + Bt + Ct^2$, где A=3 м, B=2 м/с, C=1 м/с^2 . Определить среднюю скорость и среднее ускорение тела за первую, вторую и третью секунды его движения.

1.6 Движение точки по прямой задано уравнением $x = 3t + t^2$. Определить среднюю скорость точки в интервале времени от 1 с до 3 с; мгновенную скорость точки в момент времени 1 с и 3 с.

1.7 Материальная точка двигается согласно уравнению $x = 5 + 3t + 2t^2 + 2t^3$. Найти значение скорости и ускорения в моменты времени 1 с и 3 с; среднюю скорость и ускорение точки в интервале от 1 с до 3 с.

1.8 Прямолинейное движение материальной точки задано уравнением $x = 3t - 0{,}25t^2$. Определить в какой времени скорость точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент.

1.9 Зависимость координаты от времени задано уравнением $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где C=0,14 м/с^2, D=0,01 м/с^3 . Через какое время после начала движения ускорение тела будет равно 1 м/с^2 ? Определить среднее ускорение за этот промежуток времени.

1.10 Движение тела описывает уравнение $x(t) = 5 + 2 \cdot t + 0{,}3 \cdot t^2$. За какое время от начала движения скорость увеличится втрое? Какой путь пройдет тело за это время?

1.11 Скорость тела изменяется по закону $\upsilon = Bt + Ct^2$. Определить, как изменяется со временем координата точки и ее ускорение. Начальная координата точки x_o =3 м, значения постоянных B=3 м/с^2, C=0,1 м/с^3 .

1.12 Ускорение тела изменяется по закону $a(t) = C + Dt^2$. Определить, как изменяется скорость тела и его координата со временем, если C=0,04 м/с^2, D=0,01 м/с^3 , движение тела начинается с координаты 2 м, а начальная скорость тела составляет 3 м/с. Найти, какой путь прошло тело за третью секунду своего движения и среднюю скорость на протяжении этого интервала.

1.13 Пуля в стволе автомата двигается с ускорением 400 м/с^2. Какая скорость пули при вылете, если длина ствола 50 см? Какое время двигается пуля в стволе?

1.14 Тело свободно падает из состояния покоя с высоты 500 м. Какой путь пройдет тело за две последних секунды своего падения? За какое время тело пройдет последние 200 м пути?

1.15 Тело свободно падает из состояния покоя и в конце первой половины пути достигло скорости 10 м/с. Какой скорости достигло тело в конце падения? Сколько времен оно падало? С какой высоты оно падало?

1.16 С аэростата, который находится на высоте 300 м, падает камень. Через какое время камень упадет на землю, если: а) аэростат поднимался вверх со скоростью 5 м/с; б) аэростат опускался со скоростью 5 м/с; в) был неподвижен?

1.17 Тело падает вертикально с высоты 19,6 м без начальной скорости. Какой путь пройдет тело за 1-ую и за последнюю секунды своего движения?

1.18 Тело падает вертикально с высоты 19,6 м без начальной скорости. За какое время пройдет тело 1- ый метр своего пути; последний метр своего пути?

1.19 Тело брошено вертикально вверх на высоту 10 м. Через какое время оно упадет на землю? На какую высоту поднимется тело, если начальную скорость увеличить вдвое?

1.20 Тело бросили вертикально вверх, и через 3 с оно вернулось на землю. Какой была начальная скорость тела? На какую высоту поднялось тело?

1.21 С балкона бросили мяч вертикально вверх с начальной скоростью 8 м/с. Через 4 с мяч упал на землю. Определить высоту балкона над землей и скорость мяча в момент удара о землю. На какую максимальную высоту над землей поднялся мяч?

1.22 Камень бросили горизонтально и через 0,5 с он упал на землю. Точка падения расположена на расстоянии 5 м по горизонтали от места, с которого его бросили. С какой высоты и с какой начальной скоростью бросили камень? С какой скоростью он упал на землю? Какой угол составляет траектория камня с горизонтом в точке его падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.23 Тело бросили горизонтально с высоты 500 м. Через 4 с угол между направлением скорости и горизонтальным направлением стал равным 45 градусов. Найти общее время полета и скорость тела в момент падения.

1.24 Тело, брошенное с башни в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/с, упало на землю на расстоянии от основания башни втрое большей, чем высота башни. Найти высоту башни, а также скорость тела, в момент падения.

1.25 Тело бросили горизонтально с некоторой высоты. Через 3 с угол между направлением скорости и горизонтальным направлением стал равным 30 градусов. Найти скорость тела в этот момент времени.

1.26 Камень брошен в горизонтальном направлении. Через 0,5 с после начала движения численное значение скорости камня стало в 1,5 раза больше его начальной скорости. Определить начальную скорость камня. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.27 Камень брошен горизонтально со скоростью 15 м/с. Найти нормальную и тангенциальную составляющие ускорения камня через 1 с. Чему равно полное ускорение камня в каждой точке траектории?

1.28 Камень брошен горизонтально со скоростью 10 м/с. Найти радиус кривизны траектории камня через 3 с после начала движения. Показать на рисунке траекторию движения, вектор скорости, полного ускорения и его составляющих.

1.29 Мяч бросили со скоростью 24 м/с под углом 45 градусов к горизонту. На какую максимальную высоту поднимется мяч?

1.30 Пуля вылетела с начальной скоростью 200 м/с под углом 45^0 к горизонту. Определить наибольшую высоту подъема, дальность полета и радиус кривизны траектории пули, в ее высшей точке.

1.31 Тело бросили с начальной скоростью 20 м/с под углом 45^0 к горизонту. Найти тангенциальное и нормальное ускорение в начале движения, и в момент времени 3 с. Чему равно полное ускорение тела в каждый момент времени?

1.32 Найти угловую и линейную скорость, центростремительное ускорение конца стрелки механических часов. Задачу решить для минутной стрелки длиной 15 мм; секундной стрелки длиной 20 мм; часовой стрелки длиной 10 мм.

1.33 Автомобиль движется с постоянной скоростью 72 км/ч по выпуклому мосту. Определить нормальное тангенциальное и полное ускорение автомобиля в наивысшей точке траектории, если радиус кривизны моста 25 м.

1.34 Автомобиль движется по закругленному шоссе с радиусом кривизны 70 м согласно уравнению $s = 20 + 5t - 0{,}25t^2$ (м). Найти скорость автомобиля, его тангенциальное, нормальное и полное ускорение для момента времени 3 с. Решение задачи пояснить рисунком.

1.35 Точка двигается по кругу с радиусом 2 см согласно уравнению $s = C \cdot t^3$, где C =0,1 см/с^3. Найти нормальную и тангенциальную составляющие ускорения точки для момента, когда ее линейная скорость равна 0,3 м/с^2.

Кинематика вращательного движения

1.36 Период вращения платформы 8 с. Найти угловую, линейную скорость и центростремительное ускорение крайних точек платформы, удаленных от оси вращения на 3 м.

1.37 Ось с двумя дисками, которые находятся на расстоянии 0,5 м друг от друга, вращается с частотой 1600 об/мин. Пуля, которая летит вдоль оси, пробивает оба диска так, что отверстия от пули в них смещены на угол 12^0. Определить скорость пули.

1.38 На цилиндр, который может вращаться относительно горизонтальной оси, намотана нить. К ее концу привязали груз и дали ему возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, груз за время 5с опустился на 2 м. Определить угловое ускорение цилиндра, если его радиус 10 см.

1.39 Колесо вращается равнозамедленно, и за одну минуту уменьшило частоту вращения от 300 об/мин до 180 об/мин. Определить угловое ускорение тела и число оборотов колеса, совершенное за время торможения.

1.40 Колесо вращается равноускоренно, и через 10 оборотов после начала движения приобретает угловую скорость 20 рад/с. Определить угловое ускорение колеса.

1.41 Маховик, вращающийся с постоянной частотой 540 об/мин, при торможении стал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика опять стало равномерным, но уже с частотой 6 об/с. Определить угловое ускорение маховика и время торможения, если за время равнозамедленного движения маховик сделал 200 оборотов.

1.42 Маховое колесо через 1 минуту после начала движения приобретает частоту вращения 720 об/мин. Считая вращение равноускоренным, определить угловое ускорение и число оборотов колеса за эту минуту.

1.43 Колесо вращается с постоянным угловым ускорением ε =2 рад/с^2. Через 0,5 с после начала движения полное ускорение равно 13,6 см/с^2. Определить радиус колеса.

1.44 Точка двигается с постоянным угловым ускорением 3,14 рад/с^2. Через какое время нормальная составляющая ускорения будет равна тангенциальной; будет вдвое больше тангенциальной?

1.45 Диск радиусом 8 см, который находился в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением 0.4 рад/с^2. Чему равны тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на ободе диска в конце третьей секунды после начала вращения?

1.46 Колесо радиусом 5 см вращается так, что зависимость угла поворота колеса от времени задана уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где D=1 рад/с^3. Для точек, которые лежат на ободе колеса, определить изменение тангенциального ускорения за каждую секунду движения.

1.47 Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени задано уравнениям $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где B=1рад/с, C=1 рад/с^2 , D=1 рад/с^3. Определить радиус колеса, если известно, что в конце второй секунды движения нормальное ускорение точек, которые лежат на ободе колеса равно $3{,}46 \cdot 10^2$ м/с^2.

1.48 Найти, во сколько раз нормальное ускорение точки, которая лежит на ободе колеса, больше ее тангенциального ускорения, если вектор полного ускорения составляет 30^0 с вектором ее линейной скорости?

1.49 Диск радиусом 30 см вращается согласно уравнению $\varphi = 5 - 2t + 0{,}4t^3$. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорение точек на ободе диска в момент времени 5 с.

2. Динамика.

2.1. Силы в механике

Механическое движение тел происходит под действием сил гравитации, упругости, трения. Величина каждой силы определяется соответствующим законом.

Согласно **закону всемирного тяготения** между двумя материальными точками массами m_1 и m_2, которые находятся на расстоянии r, **действует сила гравитации**

$$F_{гр} = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \tag{18}$$

γ =6,67·10^{-11} м^3/кг·с^2 – универсальная постоянная. Для тел массой m, которые находятся вблизи поверхности земли, выражение (18) превращается в известную формулу $F = mg$, в которой g – это ускорение свободного падения.

Движение тела под действием **сил упругости** определяется **законом Гука**, и для отдельного случая, когда тело закреплено на пружине, этот закон записывается в виде

$$F_{упр} = -kx, \tag{19}$$

где k – жесткость пружины, x – абсолютное удлинение пружины (или смещение закрепленного на ней тела относительно начального положения).

На тело, движущееся по поверхности, действует **сила трения,** пропорциональна силе реакции опоры N, то есть

$$F_{тр} = \mu \cdot N\ , \qquad (20)$$

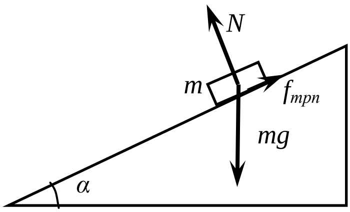


Рис.2

μ называют коэффициентом трения.

Если тело неподвижно на наклонной плоскости, то на него действует **сила трения покоя** $f_{трп}$. Величина этой силы может принимать произвольное значение в интервале $0 < f_{трп} < F_{тр}$. То есть для неподвижного тела, изображенного на рис.2, сила трения не определяется выражением (20), но справедливо условие равновесия $f_{трп} = mg \cdot sin\alpha$.

2.2. Динамика поступательного движения твердого тела

Динамическими характеристиками материальной точки являются ее масса m и импульс

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}\,. \qquad (21)$$

При рассмотрении поступательного движения твердого тела анализируют, как движется его центр масс. В инерциальных системах отсчета выполняется **основной закон динамики** (второй **закон Ньютона**)

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (22)$$

Учитывая, что импульс является произведением двух независимых функций $m(t)$ и $\upsilon(t)$, выражение (22) можно представить в виде

$$\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} + \vec{\upsilon} \cdot \frac{dm}{dt}\ . \qquad (23)$$

Таким образом, ускорение такого тела определяет выражение

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} - \frac{1}{m} \cdot \vec{\upsilon} \cdot \frac{dm}{dt} \qquad (24)$$

Величину $-\upsilon \cdot (dm/dt)$ называют **реактивной силой**, имея в виду, что она имеет размерность силы, влияет на ускорение тела, но не является результатом активного взаимодействия данного тела с окружающими телами. Эта величина обусловлена изменением массы тела.

Очевидно, что для тел с неизменной массой, второй закон Ньютона имеет вид

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}\ . \qquad (25)$$

В формулах (22–25) $\vec{F}$ определяет векторную сумму всех сил, приложенных к телу. Ее называют **равнодействующей** или **результирующей силой.**

2.3. Динамика вращательного движения твердого тела.

Инерционные свойства тела при вращательном движении характеризует **момент инерции**. Для материальной точки массой m момент инерции - это

$$J = mr^2 , \tag{26}$$

где r - радиус орбиты точки. Твердое тело рассматривают как систему материальных точек, и его момент инерции определяют интегрированием

$$J = \int r^2 dm \quad . \tag{27}$$

Для моментов инерции тел правильной геометрической формы имеем формулы:

шар радиусом R	$J_o = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2$	(28)
цилиндр или **диск** радиусом R	$J_o = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2$	(29)
стержень длиной l	$J_o = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2 ,$	(30)
стержень длиной l, закрепленный за край	$J = \frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2$	(31)

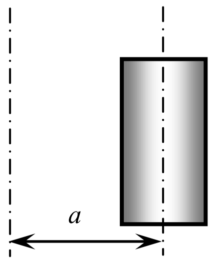


Рис.3.

В таблице индекс «о» обозначает, так называемый, **собственный момент инерции**, то есть рассчитанный относительно оси, проходящей через центр масс тела.

Если ось вращения не совпадает с осью симметрии тела (рис.3.) и смещена относительно неё на расстояние a, момент инерции тела J определяет **теорема Штейнера**:

$$J = J_o + ma^2 . \tag{32}$$

Вращательное движение тела определяют

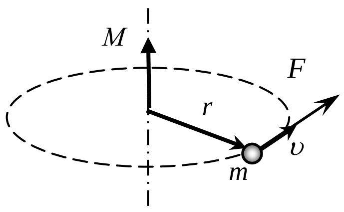


Рис.4

момент силы

$$M = r \cdot F \cdot sin\alpha \tag{33}$$

момент импульса

$$L = r \cdot p \cdot sin\alpha \tag{34}$$

Если угол α = 90°, выражение (34) упрощается и имеет вид

$$L = J \cdot \omega \quad . \tag{35}$$

Основное уравнение динамики вращательного движения определяет угловое ускорение, с которым вращается тело

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J} \ . \tag{36}$$

Это уравнение является аналогом второго закона Ньютона, и в случае непостоянного момента инерции тела имеет вид

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \ . \tag{37}$$

В выражениях (36,37) величина $\vec{M}$ характеризует векторную сумму моментов всех сил, приложенных к телу.

Задачи для самостоятельного решения

Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

1.50 Тело массой 4 кг движется прямолинейно, так что $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где C = 0,14 м/с^2, D = – 0,01 м/с^3. Найти значение силы, действующей на тело, и его импульс в конце второй секунды его движения.

1.51 Под действием силы 10 Н тело изменяет свою координату согласно уравнения $s = A + Bt + Ct^2$, где A =3 м, B = 2 м/с, C = 1 м/с^2. Определить массу тела и изменение импульса за первые три секунды его движения.

1.52 Тело массой 0,5 кг колеблется так, что его координата задана функцией $s = A \cdot sin\omega t$, где A = 5 см, $\omega = \pi$ рад/с. Определить величину силы, действующей на тело, в момент времени 1/6 с после начала движения.

1.53 На тело массой 2 кг действует постоянная по модулю сила, которая в течение 10 с изменяет скорость его движения от 2 м/с до 4 м/с. Вычислить величину силы.

1.54 На участке дороги длиной 2 км скорость автобуса увеличивается с 30 км/ч до 50 км/ч. Найти силу тяги двигателя, если масса автобуса 2 т, а коэффициент трения 0,02.

1.55 Вагон массой 20 т движется с постоянным отрицательным ускорением, равным 0,3 м/с^2. Какая сила торможения действует на вагон? Через какое время вагон остановится, если его начальная скорость составляет 54 км/ч? Какое расстояние пройдет вагон до остановки?

1.56 Трамвай трогается с места и движется с постоянным ускорением 0,5 м/с^2. Через 12 с после начала движения мотор выключают, и трамвай движется до остановки равнозамедленно. Определить ускорение трамвая при выключенном моторе; полное время его движения и пройденный путь; максимальную скорость, которую развил трамвай.
Коэффициент трения равен 0,01.

1.57 Лифт поднимается вверх с постоянным ускорением 12 м/с^2. Определить, с какой силой действует на пол груз массой 24 кг.

1.58 Груз массой 14 кг поднимают на проволоке вверх с ускорением 0,5g. Определить силу натяжения проволоки. Какой станет сила натяжения, если груз опускать с таким же ускорением?

1.59 Максимальная масса груза, которую может выдержать стальная проволока без разрыва, составляет 2,3 т. С каким максимальным ускорением можно поднимать груз массой 1,7 т?

1.60 Шарик массой 120 г подвешен на нити длиной 1 м. Его отклонили и толкнули так, что положение равновесия он проходит со скоростью 10 м/с. Чему равна сила натяжения нити в этот момент? Как изменится сила натяжения, если длину нити увеличить в 2 раза, а скорость в нижней точке уменьшить в 2 раза?

1.61 Вагон изменяет свою скорость с 12 км/ч до 60 км/ч за 2 минуты. На какой угол отклонится нить с грузом, подвешенная к перекладине в этом вагоне?

1.62 Вагон равномерно двигается по криволинейной траектории с радиусом кривизны 12 м со скоростью 24 км/ч. На какой угол отклонится нить с грузом, который подвешен к перекладине в этом вагоне?

1.63 Наклонная плоскость образует угол 10^0 с горизонтом. Какое минимальное значение может иметь коэффициент трения, чтобы тело было неподвижным на наклонной плоскости? С каким ускорением будет двигаться тело, если коэффициент трения будет равен 0,03?

1.64 Тело массой 2 кг лежит на наклонной плоскости, которая составляет с горизонтом угол 4^0. Чему равно предельное значение коэффициента трения, при котором тело начинает скользить по наклонной плоскости? С каким ускорением будет скользить тело по плоскости, если коэффициент трения равен 0,03? Сколько времени необходимо для прохождения 100 м по наклонной плоскости при таких условиях? Какую скорость будет иметь тело в конце пути?

1.65 Тело начинает скользить без начальной скорости по наклонной плоскости, которая образует с горизонтом угол 30^o. После прохождения расстояния 36,4 см оно приобретает скорость 0,2 м/с. Чему равен коэффициент трения тела о плоскость?

1.66 Масса автомобиля составляет 1 т. Во время движения на автомобиль действует сила трения, которая равна $0{,}1\,mg$. Определить силу тяги, которую развивает мотор автомобиля, если автомобиль двигается с постоянной скоростью а) на гору с уклоном 1 м на каждых 25 м пути, 2) с горы с тем же уклоном.

1.67 Автомобиль массой 8 т поднимается по дороге с уклоном 0.03. Длина подъема 2 км, на этом участке скорость автомобиля возрастает от 36 км/ч до 54 км/ч. Найти силу тяги автомобиля, если коэффициент трения на этом участке равен 0,2.

1.68 Тело сначала скользит по наклонной плоскости, а затем движется по горизонтальной поверхности. Чему равен коэффициент трения, если известно, что а) угол наклона плоскости составляет 8^0 с горизонтом; б) путь, который прошло тело по горизонтали до остановки, равен длине наклонной плоскости.

1.69 Диск вращается вокруг вертикальной оси с частотой 30 об/мин. На расстоянии 20 см от оси вращения на его поверхности лежит тело. Каким должен быть коэффициент трения, чтобы тело вращалось с диском без скольжения?

1.70 К нити привязан камень, который равномерно вращается в вертикальной плоскости. Определить массу камня, если известно, что разница между максимальной и минимальной силой натяжения нити составляет 10 Н.

1.71 К нити длиной 0,5 м привязан камень, который равномерно вращается в вертикальной плоскости. Определить, с какой частотой необходимо вращать камень, чтобы нить разорвалась. Известно, что нить разорвется под действием силы $10\,mg$, где m - масса камня.

Динамика вращательного движения твердого тела

1.72 Определить собственный момент инерции шара. Его радиус 3 см и масса 30 г.

1.73 Определить момент инерции шара радиусом 4 см и массой 50 г, закрепленного на невесомом стержне (рис.4). Длина стержня от точки подвеса до поверхности шара равна 6 см.

1.74 Определить момент инерции математического маятника, который представляет собой маленький шарик массой 0,1 кг, закрепленный на нити длиной 12 см.

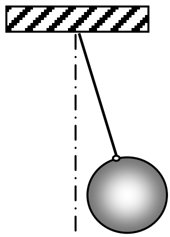
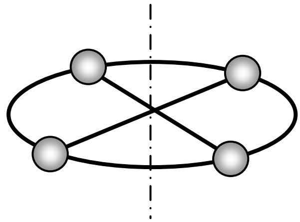


Рис.4

1.75 Определить момент инерции физического маятника, который представляет собой шарик массой m, радиуса R, подвешенный на нити длиной l (рис.4). (Длина нити – расстояние от точки закрепления до поверхности шара).

1.76 Стержень массой 2 кг закреплен параллельно оси вращения на расстоянии 12 см от нее. Чему равен его момент инерции относительно этой оси?

1.77 Определить момент инерции системы тел, показанной на рис.5. Принять, что все шарики одинаковой массы m_1, длина штанги, которая совмещает каждую пару, равна l. Рассмотреть такие случаи: а) каркас и перекладины невесомы; б) каркас и перекладины выполнены из одинаковой проволоки, и масса одной перекладины m_2.



1.78 Шар радиусом 25 см и массой 1,2 кг вращается вокруг оси, которая проходит через его центр масс. Определить момент импульса шара, если его угловая скорость равна 2 рад/с.

1.79 Частота вращения цилиндра вокруг оси симметрии составляет 24 об/с. Его радиус - 5 см, масса – 12 кг. Определить момент импульса цилиндра.

1.80 Стержень вращается с угловой скоростью $\omega(t) = (4+0{,}1\cdot t)рад/с$ относительно оси, проходящей через его середину. На какую величину возрастает его момент импульса за первые 12 с после начала движения? Длина стержня 36 см, его масса 680 г.

1.81 Платформа в виде диска имеет массу 2 т и радиус 2,5 м. Она вращается вокруг своей оси и период вращения составляет 8 с. Определить ее момент импульса.

1.82 С каким угловым ускорением начинает движение математический маятник, отведенный от положения равновесия на угол φ. Масса маятника m, длина нити l.

1.83 К ободу однородного диска радиусом 0,2 м приложена постоянная касательная сила 98,1 Н. Во время вращения на диск действует момент силы трения 5 Н·м. Определить массу диска, если известно, что он вращается с постоянным угловым ускорением 100 рад/с.

1.84 Однородный диск радиусом 0,2 м и массой 5 кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени задана уравнением $\omega = A + Bt$, где B = 8 рад/с^2. Определить величину касательной силы, приложенной к ободу диска. Трением пренебречь.

1.85 Неподвижный шар массой 0,3 кг и радиусом 12 см необходимо раскрутить до скорости 150 рад/с за 10 с. Какую касательную силу необходимо приложить?

1.86 Маховик, момент инерции которого, равен 63,6 кг·м^2, вращается с постоянной угловой скоростью 31,4 рад/с. Определить тормозящий момент, под действием которого маховик останавливается через 20 с.

1.87 Маховик радиусом 0,2 м и массой 10 кг соединен с мотором с помощью приводного ремня. Натяжение ремня постоянное и равно 14,7 Н.

Определить частоту вращения и момент импульса маховика через 10 с после начала движения? Считать, что маховик – это однородный диск, скольжение между ремнем и ободом маховика не происходит, трением в оси пренебрегать.

1.88 Одинаковая касательная сила прикладывается к диску и шару, оси вращения которых совпадают с их осями симметрии. Определить, угловое ускорение какого тела больше и во сколько раз.

1.89 Стержень массой m, который может вращаться в горизонтальной плоскости, закреплен за его край, а ко второму краю перпендикулярно оси приложена сила F. Определить угловое ускорение стержня. Как изменится угловое ускорение, если ось вращения переместить к середине стержня, а силу и точку ее приложения оставить неизменной?

3. Работа, энергия. Законы сохранения в механике.

Пусть тело движется вдоль произвольной траектории и на него действует внешняя сила $\vec{F}$. Величина силы может изменяться вдоль траектории как по величине, так и по направлению. Вводят понятие **элементарной работы** dA как скалярного произведения силы $\vec{F}$ и элементарного перемещения $d\vec{s}$

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{s}\,) = F \cdot ds \cdot \cos\alpha \,. \tag{38}$$

Работу силы при перемещении вдоль траектории от начального положения 1 до конечного положения 2 определяют интегрированием

$$A = \int_1^2 F \cdot ds \cdot \cos\alpha \tag{39}$$

Силы гравитации и силы упругости закономерно изменяются в пространстве (однозначно зависят от координаты), то есть образуют поле сил. Для тела, которое находится в поле этих сил, вводят функцию, которую называют **потенциальной энергией тела**.

Функция $W(h) = \gamma \cdot \dfrac{M_з}{r} \cdot m + const$ определяет потенциальную энергию тела массой m в гравитационном поле Земли. Вблизи поверхности земли ($h << R_з$) специальным выбором значения $const$ это выражение можно представить в упрощенном виде $W(h) = mgh$.

Функция $W(x) = kx^2/2$ характеризует потенциальную энергию упруго деформированной пружины с жесткостью k.

Работу, которую выполняют силы гравитации и упругости, можно представить как разницу потенциальной энергии в начальном и конечном состояниях $A = W_1 - W_2$

Если тело изменяет высоту над поверхностью Земли, сила тяжести выполняет работу	$A = mgh_1 - mgh_2$	(40)
Если тело изменяет координату под действием силы упругости, работа силы равна	$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$	(41)

В общем случае работа силы обуславливает изменение **кинетической энергии** материальной точки или твердого тела, а именно,

$$A = K_2 - K_1 . \qquad (42)$$

Физическое тело может двигаться поступательно, вращательно изи участвовать в двух движениях одновременно. Каждому типу движения соответствует свое выражение для кинетической энергии.

Для тела массой m, которое движется поступательно со скоростью υ,	$K_{пост} = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2}$	(43)
Для тела с моментом инерции J, которое вращается с угловой скоростью ω,	$K_{вр} = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$	(44)

Для твердых тел, которые катятся по поверхности, кинетическая энергия состоит из кинетической энергии поступательного движения центра масс и кинетической энергии вращательного движения тела вокруг собственной оси

$$K = E_{кин} = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2} + \frac{J_o \cdot \omega^2}{2} \qquad (45)$$

В классической механике для системы материальных точек или тел выполняются такие **законы сохранения.**

Закон сохранения массы. Для замкнутой системы сумма масс составляющих системы до взаимодействия равна сумме масс составляющих после взаимодействия, то есть

$$m_1 + m_2 + \ldots + m_N = m_1^{/} + m_2^{/} + \ldots + m_K^{/} \ . \qquad (46)$$

Подчеркнем, что в случае разрушения тел, или их объединения (то есть изменения их количества) сумма их масс не изменяется.

Закон сохранения механической энергии. Для консервативной системы **(**между телами не действуют диссипативные силы) полная механическая энергия (сумма кинетической и потенциальной) остается неизменной,

$$(K_1 + W_1) + \ldots + (K_N + W_N) = (K_1^{/} + W_1^{/}) + \ldots + (K_N^{/} + W_N^{/}) . \qquad (47)$$

Если происходит разрушение тел, выделение теплоты, объединение нескольких тел в одно, пользоваться законом сохранения механической энергии нельзя.

Закон сохранения импульса. Для замкнутой системы (на тела не действуют внешние силы) сумма импульсов всех тел до взаимодействия равна сумме импульсов всех тел после взаимодействия, то есть

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 + \ldots + m_N\upsilon_N = m_1^{/}u_1 + m_2^{/}u_2 + \ldots + m_K^{/}u_K \,. \tag{47}$$

Закон сохранения импульса выполняется и в том случае, когда изменяется количество тел в системе в результате разрушения или объединения, и когда в системе действуют силы трения. То есть, может не выполняться закон сохранения энергии, но выполняться закон сохранения импульса (неупругое взаимодействие).

Закон сохранения момента импульса. Сумма моментов импульса всех тел до взаимодействия равна сумме моментов импульса всех тел после взаимодействия. Его аналитическое выражение – это аналог формулы (47), если сделать соответствующие замены $m \to J$, $\upsilon \to \omega$, $u \to \omega^{/}$.

Задачи для самостоятельного решения

Работа, энергия. Общие понятия.

1.90 Груз массой 2 кг подвешен на нити. Постоянная сила поднимает груз на высоту 1 м и выполняет работу 80 Н. С каким ускорением поднимали груз? Какую работу в этом процессе выполняет сила тяжести?

1.91 Чему равна кинетическая энергия космического корабля на орбите, если его масса 8 т и скорость 8 км/с?

1.92 Под действием силы тело увеличивает свою скорость а) от 0 до 10 м/с; б) от 40 до 50 м/с. В каком случае сила выполняет большую работу?

1.93 Тело движется поступательно со скоростью 10 м/с. Чему равен импульс тела, если его кинетическая энергия равна 240 Дж?

1.94 Тело массой 0,5 кг движется поступательно со скоростью $\upsilon = (2 - 0{,}3 \cdot t)\, м/с$. Чему равна работа сил торможения а) за первые пять секунд? б) от начала движения до полной остановки тела? Какое количество тепла выделится в интервале времени от t_1 = 2 с до t_2 =4 с?

1.95 Диск вращается относительно неподвижной оси в соответствии с уравнением $\omega(t) = (4 - 0{,}1 \cdot t)$ рад/с. Чему равна его кинетическая энергия а) в начальный момент? б) через 15 с после начала движения? Масса цилиндра – 0,5 кг, радиус – 8 см.

1.96 Маховое колесо имеет момент инерции 245 кг·м^2 и вращается с частотой 20 об/с. Определить его кинетическую энергию.

1.97 Два шарика массой 50 г каждый закреплены на невесомом стержне длиной 0,9 м. Ось вращения проходит через точку, которая делит стержень в соотношении 1:2. Чему равна кинетическая энергия системы, если ее угловая скорость составляет 6 рад/с? (Шарики считать материальными точками).

1.98 Два шарика массой 50 г каждый закреплены на стержне длиной 0,7 м и массой 0,3 кг. Ось вращения проходить через середину стержня. Определить кинетическую энергию системы, если период ее вращения равняется 0,3 с?

1.99 К ободу диска массой 5 кг прикладывается постоянная касательная сила 20Н. Какую кинетическую энергию будет иметь диск через 5 с после начала действия силы?

1.100 Шар радиусом 10 см и массой 1,6 кг катится по поверхности со скоростью 40 см/с и полностью останавливается при столкновении с неупругой стенкой. Какое количество тепла выделяется в таком процессе?

1.101 Шар массой 1 кг катится без скольжения со скоростью 10 см/с, ударяется о стену и откатывается от нее со скоростью 8 см/с. Определить количество тепла, которое выделится в результате удара.

1.102 Колесо вращается равнозамедленно и за 1 минуту уменьшает частоту вращения от 300 до 180 об/мин. Момент инерции колеса равен 2 $кг \cdot м^2$. Определить момент сил торможения, работу сил торможения, угловое ускорение и число оборотов колеса, которое сделано во время торможения.

1.103 Вентилятор вращается с частотой 300 об/мин. После отключения вентилятор вращался равнозамедленно, сделал до остановки 75 об. Работа сил торможения равна 44,4 Дж. Определить момент инерции вентилятора и момент сил торможения.

1.104 Маховое колесо с моментом инерции 245 $кг \cdot м^2$ вращается с частотой 20 об/с. На колесо перестает действовать момент сил, и, сделав еще 1000 оборотов, оно остановилось. Определить момент сил трения, который вызвал торможение, и время торможения.

1.105 Маховое колесо начинает вращаться без начальной скорости с постоянным угловым ускорением 0,5 рад/с. Через 15 с после начала движения его момент импульса составил 73,5 $кг \cdot м^2/с$. Определить кинетическую энергию колеса через 20 с после начала вращения.

1.106 Маховик вращается с частотой 10 об/с. Его кинетическая энергия составляет 80 Дж. Чтобы увеличить скорость вращения, к нему прикладывают момент сил 50 $Н \cdot м$. За какое время этот момент сил увеличит угловую скорость маховика вдвое?

Закон сохранения энергии. Диссипация энергии при наличии сил трения

1.107 Тело брошено вверх с начальной скоростью 10 м/с. На какую высоту поднимется тело? С какой скоростью оно упадет на землю? (сопротивлением пренебречь).

1.108 Ракета массой 500 г вылетела из ракетницы вертикально вверх со скоростью 40 м/с. Найти кинетическую и потенциальную энергию ракеты через 2 с после выстрела.

1.109 Тело массой 1 кг бросили под углом 60^0 к горизонту со скоростью 20 м/с. Чему равна кинетическая энергия тела в наивысшей точке траектории? На какую максимальную высоту поднимается тело?

1.110 Тело массой 2 кг бросили горизонтально со скоростью 10 м/с с башни высотой 5 м. Определить, какое количество тепла выделится при неупругом ударе тела о поверхность земли. Определить скорость тела в момент удара.

1.111 Тело скользит без трения по внутренней поверхности полусферы. Чему равен радиус полусферы, если скорость тела в нижней точке равна 20 см/с?

1.112 Шарик массой 30 г и радиусом 2 см скатывается по внутренней поверхности полусферы радиусом 10 см. С какой скоростью движется шарик в нижней точке полусферы? Чему равна кинетическая энергия вращательного движения такого шарика?

1.113 Шарик массой 0,5 кг радиуса 8 см скатывается с наклонной плоскости и в нижней точке имеет скорость 10 м/с. С какой высоты скатился шарик?

1.114 Цилиндр массой 0,8 кг с радиусом 12 см скатывается без трения по наклонной плоскости длиной 1 м и углом в основании 30^0. Чему равна скорость его центра масс в нижней точке?

1.115 Тело массой 50 г свободно падает с высоты 10 м и достигает в нижней точке скорость 12 м/с. Какую работу выполняют силы сопротивления воздуха?

1.116 Тело массой 50 г подбрасывают вверх с начальной скоростью 10 м/с. Оно поднимается на высоту 4 м и начинает падение. Какую работу выполняют силы сопротивления воздуха? С какой скоростью оно упадет на землю?

1.117 С вершины наклонной плоскости высотой 3 м и длиной 20 м скользит тело массой 500 г. Найти скорость и кинетическую энергию тела у основания плоскости; расстояние, пройденное телом по горизонтальной поверхности до остановки. Коэффициент трения 0,03.

1.118 Санки свободно скользят с высоты 30 м по наклонной плоскости под углом 30^0 к горизонту, потом проходят 40 м по горизонтальной поверхности, после чего поднимаются вверх по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 45 градусов. Определить, на какой высоте остановятся санки, если коэффициент трения на всем пути равен 0,02.

Закон сохранения импульса. Упругий и неупругий удар. Реактивное движение.

1.119 Граната массой 5 кг летит со скоростью 12 м/с в горизонтальном направлении и разрывается на 2 части. Осколок массой 3 кг движется, не меняя направления, со скоростью 20 м/с. Найти скорость второго осколка.

1.120 Снаряд летит со скоростью 10 м/с, и разрывается на два осколка. Больший осколок продолжает движение со скоростью 25м/с. Как движется меньший осколок, если отношение их масс составляет 4:1?

1.121 На горизонтальной поверхности неупруго сталкиваются два тела массами 2 кг и 1,5 кг. Непосредственно перед столкновением скорости тел соответственно составляли 1 м/с и 2 м/с. Сколько времени тела будут двигаться после столкновения? Коэффициент трения равен 0,05?

1.122 Человек массой 70 кг бежит со скоростью 10 км/ч и догоняет тележку массой 200 кг, которая двигается со скоростью 5 км/ч, и запрыгивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка?

1.123 Решить предыдущую задачу при условии, что человек бежал навстречу тележке.

1.124 Снаряд массой 100 кг летит горизонтально со скоростью 500 м/с вдоль железнодорожного пути. Снаряд попадает в вагон с песком и застревает в нем. Какую скорость получит вагон, если он а) стоял неподвижно, б) со скоростью 36 км/ч двигался в том же направлении, что и снаряд, в) со скоростью 36 км/ч двигался в противоположном направлении.

1.125 Стоящий на льду конькобежец массой 70 кг, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью 8 м/с. Определить, на какое расстояние откатится конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед составляет 0,02.

1.126 Конькобежец, стоя на льду бросает в горизонтальном направлении камень массой 2 кг. Через 5 с камень падает, пролетев в горизонтальном направлении 40 м. С какой начальной скоростью стал двигаться конькобежец, если его масса 60 кг? Какое максимальное расстояние сможет проехать конькобежец до остановки, если коэффициент трения 0.02.

1.127 На пути тела массой 5 кг, которое движется с некоторой скоростью, стоит неподвижное тело массой 2,5 кг. После центрального **упругого** удара второе тело начинает двигаться со скоростью, соответствующей кинетической энергии 5 Дж. Определить кинетическую энергию первого тела до и после удара.

1.128 На пути тела массой 5 кг, которое двигается с некоторой скоростью, стоит неподвижное тело с массой 2,5 кг. После центрального **неупругого** удара кинетическая энергия системы равна 5Дж. Определить кинетическую энергию первого тела до удара.

1.129 Снаряду массой 30 кг сообщили начальную скорость 100 м/с под углом 45^0 к горизонту. В наивысшей точки траектории снаряд разрывается на два осколка, отношение их масс 2:1. Скорость большего осколка возросла в три раза по сравнению со значением, которое было непосредственно перед взрывом, направление движения не изменилось. Определить скорость меньшего осколка.

1.130 Ракета начинает движение из состояния покоя. Скорость выброса газов относительно ракеты 300 м/с, расход газа составляет 90 г/с. Начальная масса ракеты 270 г. Через какое время после пуска ракета будет иметь скорость 40 м/с? Какую максимальную скорость разовьет ракета, если запас горючего составляет 180 г?

Закон сохранения момента импульса

1.131 Горизонтальная платформа массой 80 кг и радиусом 1 м вращается с частотой 20 об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в разведенных руках грузы. Человек опускает руки и уменьшает свой момент инерции от 2,94 кг$\cdot$м^2 до 0.98 кг$\cdot$м^2. Как изменится частота вращения?

1.132 Человек массой 60 кг находится на неподвижной платформе массой 100 кг и радиусом 10 м. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек будет идти со скоростью 4 км/ч по ее поверхности по кругу радиусом 5 м?

1.133 Диск радиусом 20 см и массой 2,4 кг вращается с периодом 4 с. С высоты 20 см свободно падает пластилиновый шарик массой 20 г и попадает на поверхность диска на расстоянии 15 см от оси. Как изменится период вращения диска? Как влияет на ответ изменение параметров задачи? (Высоту, с которой падает шарик, увеличили вдвое; массу шарика увеличили вдвое; расстояние от точки падения к оси уменьшили вдвое).

1.134 На краю неподвижного диска массой 1,4 кг жестко закреплен шарик массой 0,3 кг (рис.6). В него попадает шарик массой 0,6 кг, летящий по касательной со скоростью 16 м/с. Какой будет угловая скорость вращения системы после неупругого удара шариков? Диаметр диска 18 см. Оба шарика считать материальными точками.

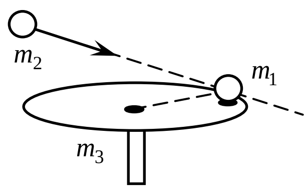


Рис.6

Лабораторная работа №1.1
Экспериментальное определение плотности вещества

Цель работы: Ознакомиться с прямыми и косвенными измерениями, порядком обработки результатов измерений и методами определения погрешностей величин.

Теоретические сведения.

Каждая физическая величина характеризуется численным значением и размерностью. Для экспериментального определения величин существуют измерительные приборы: линейка, секундомер, спидометр, тахометр, ареометр, термометр, вискозиметр, психрометр, амперметр, частотомер и многие другие.

Измерение проводимое прибором, проградуированным в соответствующих единицах измерения, называется **прямым**. Если для измерения величины используется один или более приборов с последующим применение расчетных формул, то такое измерение называется **косвенным**.

В некоторых случаях физическая величина может быть измерена как прямым, так и косвенным методом. Например, скорость движущегося автомобиля определяют спидометром (прямое измерение); можно засечь время секундомером, определить пройденный путь и рассчитать скорость как $\upsilon = \Delta s / \Delta t$ (косвенное измерение).

При измерениях мы делаем погрешности. Их классифицируют как **промахи, систематические и случайные**. Промахи – это отдельные численные значения, которые существенно выбиваются из набора значений, полученных при одинаковых условиях. Их сразу отбрасывают и не учитывают в дальнейшем при обработке результатов.

Систематические погрешности не выявляются в рамках одного исследования. Они могут быть обусловлены неправильной градуировкой прибора; использованием исправного прибора за пределами допустимых условий его эксплуатации; неправильно выбранной методикой измерений. Поэтому исключить систематическую погрешность можно, применив для контроля прибор другой системы, прочитав в паспорте прибора условия его эксплуатации, или применив независимую методику измерений.

Третий тип погрешности – случайные – нельзя исключить никакими способами. Это сформулировано в основном принципе метрологии: никакую физическую величину нельзя измерить абсолютно точно. Мы всегда определяем ее среднее значение и интервал, в который с определенной вероятностью попадает истинное значение измеряемой величины. Записывается это в следующей форме

$$a = a_{ср} \pm \sigma_a \qquad (1.1.1)$$
$$\varepsilon_a = \ldots\ldots\%$$

Такая запись означает, что истинное значение величины a принадлежит интервалу $\{ a_{ср} + \sigma_a ,\ a_{ср} - \sigma_a \}$. Здесь введены такие обозначения $a_{ср}$ –

среднее значение серии из N измерений; σ_a – абсолютная ошибка (погрешность) измерений; ε_a – относительная погрешность измерений. Указанные величины рассчитываются в разной последовательности для прямых и косвенных измерений.

I. Порядок обработки результатов прямых измерений. Пусть некоторую физическую величину a измерили N раз и получили N близких значений $a_1, a_2 .. a_N$.

1. Рассчитываем среднее значение

$$a_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{N} a_i}{N} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_N}{N} \qquad (1.1.2)$$

2. Рассчитываем среднеквадратичную ошибку прямых измерений

$$\Delta a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (a_i - a_{cp})^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{(a_1 - a_{cp})^2 + (a_2 - a_{cp})^2 + \ldots + (a_N - a_{cp})^2}{N(N-1)}} \qquad (1.1.3)$$

3. Рассчитываем полную ошибку измерений σ_a , которая складывается из среднеквадратичной ошибки Δa и ошибки прибора σ_{np}, а именно

$$\sigma_a = \sqrt{\Delta a^2 + \sigma_{приб}^2} \qquad (1.1.4)$$

Если в измерениях получили N одинаковых измерений или проведено только одно измерение, то $\sigma_a = \sigma_{np}$, то есть полная абсолютная ошибка определяется только ошибкой прибора. Погрешность неэлектрических приборов со шкалой (линейка, штангенциркуль, микрометр, термометр, ареометр, транспортир) равна половине цены деления прибора. У разновесов погрешность определяется половиной массы минимальной гирьки в наборе.

В том случае, когда использован точный прибор, его погрешность пренебрежимо мала по сравнению со среднеквадратичной погрешностью измерений, поэтому $\sigma_a = \Delta a$.

4. Рассчитываем относительную погрешность измерений

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{a_{cp}} \cdot 100\% \qquad (1.1.5)$$

.

II. Порядок обработки результатов косвенных измерений. Пусть некоторая физическая величина a рассчитывается по формуле $a = b^{\beta} \cdot c^{\gamma} \cdot d^{\eta}$. Величины b, c, d являются результатами прямых измерений.

1. Для каждой из величин b, c, d проводим расчеты в соответствии с п.I.
2. Полученные значения b_{cp}, c_{cp}, d_{cp} используем для расчета a_{cp}

$$a_{cp} = b_{cp}^{\beta} \cdot c_{cp}^{\gamma} \cdot d_{cp}^{\eta} \tag{1.1.6}$$

3. Относительная погрешность косвенного измерения определяется относительными погрешностями каждой величины, входящей в формулу для расчета

$$\varepsilon_a = \sqrt{(\beta \cdot \frac{\sigma_b}{b_{cp}})^2 + (\gamma \cdot \frac{\sigma_c}{c_{cp}})^2 + (\eta \cdot \frac{\sigma_d}{d_{cp}})^2} \tag{1.1.7}$$

Обратим внимание, что величина b, входящая в расчетную формулу в степени β, вносит свою погрешность столько же раз, поэтому в формуле (1.1.7) ее относительная погрешность имеет соответствующий множитель.

4. Вычислим абсолютную погрешность величины a; воспользуемся определением (1.1.5) и получим

$$\sigma_a = \Delta a = a_{cp} \cdot \varepsilon_a \tag{1.1.8}$$

Методика выполнения работы

Порядок обработки результатов прямых и косвенных измерений, изучим на примере измерения плотность вещества ρ. Плотность – это физическая величина, которая характеризует массу вещества в единице объема тела. Если масса распределена равномерно, то для вычисления плотности необходимо поделить массу тела m на его объем V, то есть

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{1.1.9}$$

Если вещество распределено по объему тела неравномерно, то записанная формула дает среднюю плотность по объему тела. Примерами неравномерного распределения вещества являются: слиток металла с полостью внутри; биметаллическая пластина – спай двух разных металлов с различным коэффициентом расширения; сплав тяжелого и легкого металлов, которые медленно кристаллизовались в гравитационном поле. Для таких случаев вводят понятие локальной плотности, которая характеризует распределение вещества в неоднородном теле. Выделим физически малый объем ΔV вблизи некоторой точки, в котором плотность можно считать приблизительно постоянной, и запишем его массу Δm. Математически локальная плотность выражается пределом

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \qquad (1.1.10)$$

В данной работе необходимо экспериментально определить среднюю плотность вещества, из которого сделано тело правильной геометрической формы. Формулы для расчетов плотности этих тел представлены ниже

плотность параллелепипеда $$\rho_п = \frac{m}{a \cdot b \cdot c} \qquad (1.1.11)$$

плотность шара $$\rho_ш = \frac{6\,m}{\pi \cdot d^3} \qquad (1.1.12)$$

плотность цилиндра $$\rho_ц = \frac{4\,m}{\pi \cdot d^2 \cdot h} \qquad (1.1.13)$$

Порядок измерений и расчетов

1. Подготовить протокол лабораторной работы: заполнить разделы 1.1, 1.2, 1.3 для геометрического тела, выданного на занятии.
2. Заполнить карту метрологического обеспечения для штангенциркуля (или микрометра) и разновесов.
3. Определяем один раз массу тела и записываем в таблицу.
4. Измеряем геометрические размеры, полученного тела, и результаты заносим в таблицу. Каждое измерение повторяем 5 раз. Рекомендуемые обозначения: для прямоугольного параллелепипеда длина a, ширина b, высота c; для цилиндра высота h и диаметр d; для шара диаметр d.
5. Вычисляем средние значения измеренных величин.
6. Вычисляем среднюю плотность $\rho_{ср}$, выбрав формулу из (1.1.11-1.1.13).
7. Вычисляем среднеквадратичные погрешности всех прямых измерений
8. Вычисляем относительную погрешность измерения плотности по одной из формул

для параллелепипеда $$\varepsilon_\rho = \sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{a_{ср}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b_{ср}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_c}{c_{ср}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2} \qquad (1.1.14)$$

для шара $$\varepsilon_\rho = \sqrt{\left(3 \cdot \frac{\sigma_d}{d_{ср}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2} \qquad (1.1.15)$$

для цилиндра $$\varepsilon_\rho = \sqrt{\left(2 \cdot \frac{\sigma_d}{d_{ср}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_h}{h_{ср}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2} \qquad (1.1.16)$$

9. Вычисляем абсолютную погрешность плотности по формуле (1.1.8).
10. Записываем ответ в виде

$$\rho = (\rho_{ср} \pm \sigma_\rho) \quad ед.измер \quad в \quad СИ$$

$$\varepsilon_\rho = \ldots\ldots\%$$

Контрольные вопросы

1. Какие измерения называются прямыми? Приведите примеры.
2. Какие измерения называются косвенными? Приведите примеры.
3. Какие типы погрешностей могут возникать при измерениях? Чем они обусловлены?
4. В эксперименте проводится 100 измерений. Из них 3 значения являются промахами. Как их учитывают в дальнейшей обработке результатов?
5. Вследствие неправильной установки весов, результат взвешивания оказывается заниженным. Как называется данная погрешность? Как можно ее устранить?
6. В течение 30 дней студент измерял время движения от дома до академии. В результате получил 28 близких значений, когда транспорт не подводил, и два значения существенно отличающихся (из-за аварии на дороге и из-за снежных заносов). Как правильно обработать полученные результаты?
7. Как рассчитать среднеквадратичную погрешность прямых и косвенных измерений?
8. Физическая величина измерена один раз. Как определить абсолютную погрешность такого измерения?
9. Для измерения геометрических размеров тел можно пользоваться линейкой, штангенциркулем, микрометром. Какой прибор лучше использовать при измерении высоты цилиндра, если она не превышает 20 мм? Чем будут отличаться результаты измерений каждым из перечисленных приборов?
10. Что характеризует предел измерения данного прибора? Как определить цену деления данного прибора?
11. Что характеризуют абсолютная и относительная погрешности измерений?
12. Что называют плотностью вещества? Как определить среднюю плотность тела правильной геометрической формы?
13. Как определить среднюю плотность тела произвольной формы?
14. Как называется прибор, определяющий плотность жидкости? Какой физический закон лежит в основе его работы?
15. Какова размерность плотности в СИ? Из какой формулы это следует?
16. Как определяется погрешность прибора?

Лабораторная работа № 2.1
Изучение законов вращательного движения. Определение момента инерции диска

Цель работы: Изучить основные понятия и законы динамики вращательного движения, экспериментально проверить основное уравнение динамики вращательного движения, определить момент инерции твердого тела, проверить закон сохранения энергии.

Теоретическое введение

Любое твердое тело совершает вращательное движение, если равнодействующая всех сил не проходит через центр инерции тела. В данной работе рассматривается движение тела вращения под действием касательной силы.

Телами вращения называются шар, цилиндр, диск, эллипсоид. Все эти тела имеют оси симметрии. Центр массы таких тел лежит на оси симметрии для цилиндра или пересечении осей для других тел. При вращении цилиндра (или диск) относительно оси симметрии, все точки его поверхности движутся по окружности радиуса R (радиус цилиндра). Пусть сила приложена так, что в любой момент времени она перпендикулярна радиусу цилиндра и совпадает с касательной к поверхности цилиндра; такая сила называется касательной.

В общем случае момент силы $\vec{M}$ определяется как векторное произведение радиуса-вектора точки приложения силы $\vec{r}$ и вектора силы $\vec{F}$. По правилам вычисления векторных произведений формула для модуля момента силы имеет вид

$$M = r \cdot F \cdot sin\alpha \tag{2.1.1}$$

Для касательной силы α = 90^{o}, и радиус-вектор точки приложения силы равен радиусу цилиндра $r = R$, поэтому выражение упрощается

$$M = F \cdot R \ . \tag{2.1.2}$$

В соответствии с основным уравнением динамики вращательного движения, под действием приложенного момента цилиндр вращается с угловым ускорением ε, которое пропорционально моменту силы и обратно пропорционально моменту инерции тела J, то есть

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J} \ . \tag{2.1.3}$$

В том случае, если момент силы остается постоянным ($M = const$), угловое ускорение также остается постоянным ($\varepsilon = const$), и вращение называется равноускоренным. При равноускоренном вращении из состояния покоя угловая скорость ω и угловое перемещение φ изменяются со временем по формулам

$$\omega(t)=\varepsilon\cdot t \tag{2.1.4}$$

$$\varphi(t)=\frac{\varepsilon\cdot t^2}{2}, \tag{2.1.5}$$

Очевидно, что любая точка, выбранная на поверхности диска, участвует одновременно в двух движениях: поступательном движении по криволинейной траектории, и вращательном движении со всем твердым телом. То есть движение точки на поверхности описывают также формулы

$$\upsilon(t)=a_\tau\cdot t\ . \tag{2.1.6}$$

$$s(t)=\frac{a_\tau\cdot t^2}{2} \tag{2.1.7}$$

Линейная и угловая скорости и ускорения связаны такими соотношениями

$$\upsilon=R\cdot\omega, \tag{2.1.8}$$

$$a_\tau=R\cdot\varepsilon \tag{2.1.9}$$

Как следует из теоретического введения, момент инерции тела можно определить из формулы (36), если измерить действующий на тело момент сил и угловое ускорение, с которым тело вращается.

Описание установки и методики измерения

Измерительная установка состоит из таких элементов. На вертикальной стойке закреплена горизонтальная ось вращения. На ось насажен диск радиуса $R_{дис}$, жестко скрепленный с цилиндром меньшего радиуса R, который представляет собой вал (рис.2.1.1). Возле стойки укреплена вертикальная линейка. На столе находится электронный секундомер.

Методика измерений состоит в следующем. На вал наматывают нитку, один конец ее закрепляют на валу, а к другому прикрепляют грузик известной массы. С помощью линейки измеряют начальную высоту груза h. Когда груз отпускают, он начинает равноускоренное падение. Измеряя время падения груза t, линейное ускорение вычисляют по формуле

$$a=\frac{2h}{t^2} \tag{2.1.10}$$

Грузик равноускоренно опускается, поэтому вал и диск совершают равноускоренное вращение. Груз, закрепленный на нити, опускается с ускорением a, и с таким же тангенциальным ускорением движутся точки поверхности вала. Из формулы (2.1.9), выразим угловое ускорение диска

$$\varepsilon=\frac{a}{R}, \tag{2.1.11}$$

Вращение диска происходит под действием силы натяжения нити $F_{нат}$. Для нахождения этой силы решим динамическую задачу о движении подвешенного груза. По второму закону Ньютона, произведение массы тела на ускорение равно векторной сумме всех, приложенных к телу сил. В нашем случае

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{нат} \quad . \tag{2.1.12}$$

Выбирая положительное направление вдоль направления движения тела (то есть вниз), получим уравнение в скалярной форме

$$ma = mg - F_{нат} \quad . \tag{2.1.13}$$

Выразим силу натяжения

$$F_{нат} = mg - ma = m(g - a) \quad . \tag{2.1.14}$$

Умножая это выражение на радиус вала, получим момент силы

$$M = R \cdot m(g - a) \quad . \tag{2.1.15}$$

Как видно, используя набор грузиков, различающихся массами, и измеряя время их падения, можно определить моменты действующих сил и угловые ускорения.

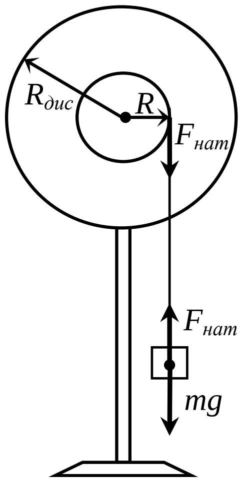


Рис.2.1.1

Задание 1. Определение момента инерции диска. Если бы рассматривалась идеальная механическая система, в которой не действуют силы трения, можно было бы определить момент инерции диска непосредственно из выражения (2.1.3). Однако в реальной механической системе действует момент силы трения $M_{тр}$. В таком случае для определения момента инерции рационально использовать графический метод.

Полученные результаты представляем в виде графика зависимости $M(\varepsilon)$, то есть по вертикальной оси строим шкалу моментов сил, а по горизонтальной оси – шкалу угловых ускорений (см.рис.). Полученный график выражает линейную зависимость, то есть экспериментальные точки с небольшим отклонением должны укладываться на прямую. Сравним уравнение динамики , учитывающее момент сил трения,

$$M = M_{тер} + J\,\varepsilon \tag{2.1.16}$$

и уравнение прямой $\quad y = b + kx \quad .$ (2.1.17)

Как видно, момент инерции тела J и угловой коэффициент прямой k в приведенных уравнениях выполняют одинаковую функцию – характеризуют угол наклона соответствующего графика. То есть, момент инерции может быть определен как тангенс угла наклона графика $M(\varepsilon)$.

Для вычисления момента инерции на графической зависимости $M(\varepsilon)$, строим прямоугольный треугольник. Его гипотенузой является полученная линейная зависимость, а катетами – соответствующие приращения ΔM и $\Delta\varepsilon$. Заметим, что приращение момента силы ΔM - противолежащий катет, а приращение углового ускорения $\Delta\varepsilon$ – прилежащий катет. Отношение этих величин дает требуемое значение момента инерции диска

$$J = \frac{\Delta M}{\Delta\varepsilon} \qquad (2.1.18)$$

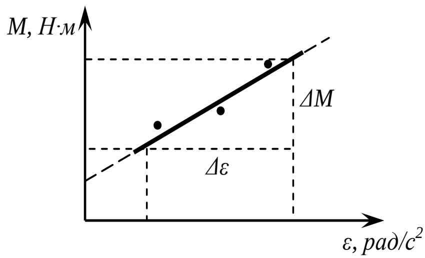


Рис.2.1.2

Задание 2. Определение момента силы трения. Сравнивая уравнение динамики вращения диска и уравнение прямой, видим, что параметр b и момент силы трения $M_{тр}$ выполняют одинаковую функцию для своих графиков – смешают их вверх параллельно самим себе, при этом на вертикальной оси отсекают соответствующий отрезок. Таким образом, для определения момента силы экстраполируем график $M(\varepsilon)$ в область $\varepsilon = 0$, и определим величину отрезка, отсекаемого на оси моментов.

Замечания к построению графика:

1. На осях обязательно указывается физическая величина и ее размерность.
2. На каждой оси строится линейная шкала в своем удобном масштабе.
3. На осях нельзя откладывать численные значения, соответствующие данной точке графика. Можно из данной точки опустить пунктир на соответствующую ось.

Задание 3. Проверка закона сохранения энергии. Вся система приходит в движение после того, как отпускают грузик, поднятый на начальную высоту. То есть, потенциальная энергия тела массой m, поднятого на высоту h, переходит в кинетическую энергию поступательного движения грузика и кинетическую энергию вращения диска. В идеальной системе без трения закон сохранения энергии имеет вид

$$m\,g\,h=\frac{m\upsilon^2}{2}+\frac{J\,\omega^2}{2} \quad . \qquad (2.1.19)$$

Однако в реальной системе, где действуют силы трения или сопротивления, происходит диссипация энергии (потери механической энергии и ее необратимое превращение в тепло). Формально это представляют как выполнение работы против сил трения $A_{тр}$. В реальной системе выполняется равенство

$$m\,g\,h=\frac{m\upsilon^2}{2}+\frac{J\,\omega^2}{2}+A_{тер} \quad . \qquad (2.1.20)$$

Заметим, что скорости поступательного υ и вращательного ω движения необходимо вычислять для момента удара грузика о поверхность. Так как движение происходит с постоянным ускорением, справедливо $\upsilon=a\cdot t$ и $\omega=\varepsilon\cdot t$. Подставляя полное время падения груза, получим линейную и угловую скорости в момент удара о поверхность. Кроме того, для работы силы трения при вращении вала можно использовать соотношение

$$A_{тр}=M_{тр}\cdot\varphi=M_{тр}\cdot\frac{\varepsilon t^2}{2} \quad . \qquad (2.1.21)$$

Выполнение данного задания состоит в том, чтобы для одной из масс отдельно вычислить

- запас механической энергии – величину $E_o=m\,g\,h$, стоящую в левой части уравнения;
- каждое слагаемое в правой части и их сумму

$$W=\frac{m\upsilon^2}{2}+\frac{J\,\omega^2}{2}+A_{тр} \qquad (2.1.22)$$

- погрешность выполнения равенства, т.е.

$$\delta=\frac{E_o-W}{E_o}\cdot 100\% \qquad (2.1.23)$$

Порядок выполнения работы

1. Заполнить метрологическую карту для линейки и секундомера.
2. Записать в таблицу диаметр вала и вычислить его радиус.
3. Записать в таблицу заданные массы грузиков.
4. Намотать нитку на вал, закрепить грузик на заданной высоте, измерить время падения грузика и записать в таблицу. Произвести три раза измерения для данного грузика.
5. Вычислить среднее время падения и записать в таблицу.
6. Повторить п.4-5 для всех грузиков

Порядок расчетов

1. Для каждого грузика вычислить среднее ускорение по формуле (2.1.10), поставляя в нее среднее время падения.
2. Вычислить соответствующие угловые ускорения диска по формуле (2.1.11).
3. Для каждого грузика вычислить силу натяжения нити по формуле (2.1.14) и момент силы натяжения по формуле (2.1.15).
4. Представить полученные результаты в виде графика зависимости $M(\varepsilon)$. Требования к графику см. в замечаниях к Заданию 2.
5. Рассчитать момент инерции диска по тангенсу угла наклона графика $M(\varepsilon)$, пользуясь формулой (2.1.18).
6. Определить графически момент сил трения для данной установки.
7. Проверить выполнение закона сохранения энергии в данной системе.

Форма записи результата

Результат выполнения работы необходимо представить в виде

$$J = (J_{cp} \pm \Delta J)\ \textit{размерность}$$

$\varepsilon_J =$ (относительная погрешность, выраженная в процентах)

В этой записи J_{cp} - это величина, определенная по графику. Относительная погрешность может быть рассчитана по формуле

$$\varepsilon_J = \sqrt{\left(2 \cdot \frac{\Delta t}{t_{cp}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h_{cp}}\right)^2}$$

Абсолютная погрешность вычисляется следующим образом

$$\Delta J = J_{cp} \cdot \varepsilon_J$$

Контрольные вопросы

1. Дать определение углового перемещения, угловой скорости и углового ускорения твердого тела.
2. Что называют моментом инерции материальной точки? Что характеризует эта величина?
3. Дать определение момента силы относительно оси вращения .
4. Записать основное уравнение динамики вращательного движения.
5. Записать выражение для кинетической энергии поступательного и вращательного движения.
6. Из чего состоит измерительная установка? Какие величины измеряются непосредственно, а какие необходимо рассчитывать?

Лабораторная работа №2.2
Изучение колебательных процессов
Определение момента инерции физического маятника

Цель работы: Изучение основных понятий и законов динамики вращательного движения и их использование при рассмотрении колебательных процессов. Определение момента инерции тела произвольной формы.

Теоретические сведения

Простейшей механической колебательной системой является **математический маятник** – материальная точка, закрепленная на невесомой нерастяжимой нити (рис.2.2.1). Период колебаний такого маятника не зависит от его массы, а определяется его длиной l ускорением свободного падения g, по формуле

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (2.2.1)$$

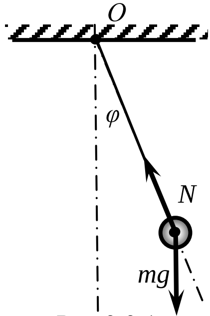


Рис.2.2.1

Физический маятник – это произвольное твердое тело, закрепленное на оси, не проходящей через его центр масс. Если его вывести из положения равновесия, то оно будет совершать механические колебания (рис.2.2.2).

Каждая точка и физического, и математического маятников движется по дуге окружности, и центры которых принадлежат оси вращения. Другими словами колебательное движение маятника можно рассматривать как вращательное движение твердого тела относительно оси, проходящей через точку закрепления маятника, перпендикулярно плоскости его колебаний. Поэтому применимо основное уравнение динамики вращательного движения

$$M = J \cdot \varepsilon \ . \qquad (2.2.2)$$

Преобразуем последовательно левую и правую части этого уравнения. По определению угловое ускорение есть вторая производная по времени от углового перемещения

$$\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \qquad (2.2.3)$$

Для маятника φ - это угол отклонения от положения равновесия.

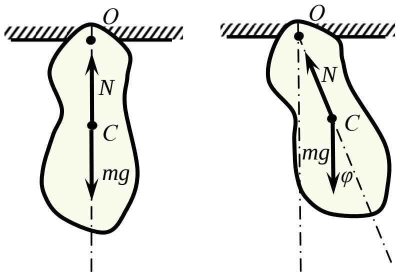


Рис.2.2.2

В левой части уравнения стоит векторная сумма моментов всех приложенных к телу сил, в правой части стоит произведение момента инерции маятника на его угловое ускорение. Как видно из рисунка (2.2.2), маятник совершает колебания под действием двух сил – силы тяжести mg и силы реакции опоры N, приложенных к центру масс тела C на расстоянии r от точки подвеса. Силы трения в системе пренебрежимо малы.

В общем случае момент силы вычисляется как произведение силы, радиуса вектора точки ее приложения и синуса угла между этими векторами. Поэтому для момента силы тяжести получаем выражение

$$M_{mg} = -m\,g\,r \cdot sin\varphi \ . \tag{2.2.4}$$

Для силы реакции опоры имеем $M_N = N \cdot r \cdot sin180^o$ =0. Поэтому уравнение (2.2.2) принимает вид

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{m\,g\,r}{J} \cdot sin\varphi \tag{2.2.5}$$

Для малых углов отклонений $sin\varphi \approx \varphi$, и получаем стандартное уравнение, описывающее гармонические колебания

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{m\,g\,r}{J} \cdot \varphi = 0 \tag{2.2.6}$$

Решением такого уравнения является функция $\varphi = \varphi_o \cdot cos\,\omega t$. Величина φ_o называется амплитудой колебаний, она характеризует максимальный угол отклонения маятника. Величина ω называется циклической частотой колебаний. Она определяется из вида уравнения, а именно

$$\omega = \sqrt{\frac{mgr}{J}} \tag{2.2.7}$$

Учитывая, что циклическая частота связана с периодом колебаний соотношением $T = 2\pi / \omega$, получаем выражение для периода в виде

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m\,g\,r}} \tag{2.2.8}$$

Покажем, что полученное выражение согласуется с известным выражением для математического маятника. Для материальной точки $J = m \cdot r^2$, где $r = l$ - длина нити маятника. После подстановки этих соотношений в (2.2.8), выполнив сокращение, получим выражение (2.2.1).

Формула (2.2.8) важна тем, что позволяет определить момент инерции произвольного тела массы m, для которого известно расстояние от точки подвеса до центра масс r . Преобразуем это выражение и получим

$$J_{эксп} = mgr \cdot \frac{T^2}{4\pi^2} \tag{2.2.9}$$

Описание экспериментальной установки и методики измерений

В данной работе в качестве физического маятника используется однородный стальной стержень длиной l. На конце стержня закреплена опорная призма, острое ребро которой является осью вращения маятника. Очевидно, что центр масс стержня находится точно посередине, поэтому расстояние от оси вращения до центра масс равно половине длины стержня, то есть $r = l/2$.

Для повышения точности измерения в работе измеряют секундомером не период колебаний T, а достаточно большой промежуток времени t, за который физический маятник совершит N полных колебаний. Учитывая, что $T = t/N$, приведем расчетную формулу (2.2.9) к окончательному виду

$$J_{эксп} = m g\, l \cdot \frac{t^2}{8\pi^2 N^2} \qquad (2.2.10)$$

Порядок измерений и вычислений

1. Заполнить метрологическую карту на линейку, секундомер, разновесы.
2. Измерить массу стержня и его длину, результаты занести в таблицу.
3. Измерить время N полных колебаний маятника и результаты внести в таблицу. Измерения повторить 5 раз.
4. Вычислить среднее время N полных колебаний.
5. Вычислить среднее значение момента инерции $J_{эксп}$, подставляя в формулу (2.2.11) рассчитанное среднее время.
6. Пользуясь теоремой Штейнера, рассчитать момент инерции $J_{теор}$ стержня, закрепленного за конец, и сравнить со значением, полученным экспериментально.

Форма записи результата

Результат выполнения работы необходимо представить в виде

$J = (\,J_{ср} \pm \Delta J\,)$ *размерность*

$\varepsilon_J =$ относительная погрешность (%)

$\delta =$ отклонение между расчетным и измеренным значениями (%)

В представленном результате $J_{ср} = J_{эксп}$ - это величина, рассчитанная по формуле (2.2.11).

Относительная погрешность измерения момента инерции маятника рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_J = \sqrt{\left(2 \cdot \frac{\Delta t}{t_{cp}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l_{cp}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m_{cp}}\right)^2}$$

Абсолютная погрешность косвенного измерения вычисляется по формуле

$$\Delta J = J_{cp} \cdot \varepsilon_J$$

Отклонение между расчетным и измеренным значениями вычисляем так

$$\delta = \frac{| J_{теор} - J_{эксп} |}{J_{теор}} \cdot 100\%$$

Контрольные вопросы.

1. Что называют математическим маятником? От чего зависит его период колебаний?
2. Что называют физическим маятником? От чего зависит его период колебаний?
3. Почему колебания физического и математического маятника можно рассматривать, используя понятия и законы динамики вращательного движения?
4. Что называется моментом инерции материальной точки? Чему равен момент инерции математического маятника?
5. Что называется моментом инерции системы материальных точек?
6. Дать определение момента силы. Как направлен вектор момента силы?
7. На центр масс подвешенного тела действуют сила тяжести и сила реакции. Чему равны моменты этих сил, если тело находится в положении равновесия?... отклонено от положения равновесия?
8. Сформулировать теорему Штейнера. Рассчитать с ее помощью момент инерции стержня, закрепленного за его конец.
9. Как изменится период колебаний стержня (физического маятника), если сместить точку подвеса от конца стержня ближе к середине?
10. Что называется моментом силы? Чему равны моменты сил, приложенных к физическому маятнику? Где находится точка приложения этих сил?
11. Записать основное уравнение динамики вращательного движения.
12. Вывести уравнение малых колебаний физического маятника и определить частоту его колебаний.
13. Совершают колебания два маятника – математический и физический, имеющие одинаковую массу. Физический маятник представляет собой стержень такой же длины как нить математического маятника. У какого из маятников момент инерции больше и во сколько раз? У какого из маятников период колебаний больше и во сколько раз?

Расчетно-графическая работа №1
Изучение прямолинейного движения тела

Цель работы. Изучение законов кинематики прямолинейного движения и методов графического представления движения.

Теоретическое введение. Если тело движется прямолинейно, ось X можно направить вдоль направления его движения. При этом положение точки в пространстве полностью описывает многочлен вида

$$x(t)=A+B\cdot t+C\cdot t^2+D\cdot t^3+\ldots \qquad (3.1)$$

Коэффициенты A,B,C,D имеют определенный физический смысл. Очевидно, что в начальный момент времени (при $t=0$) получаем $x(0)=A$, то есть величина A характеризует начальное положение тела ($A=x_o$). Последовательным дифференцированием выражения (3.1) и подстановкой $t=0$ можно получить, что $\upsilon(0)=B$, то есть B характеризует начальную скорость тела ($B=\upsilon_o$). Далее получим, что $2C=a(0)$, то есть постоянная C равна половине начального ускорения $C=a_o/2$; и постоянная D характеризует изменение ускорения с течением времени. Характер движения тела определяется как численным значением коэффициентов, так и их знаком.

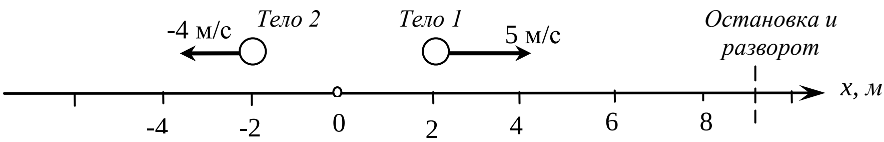


Рис.10.

Движение тела 1 описывает уравнение

$$x_1(t)=2+5\cdot t-0{,}2\cdot t^2-0{,}05\cdot t^3. \qquad (3.2)$$

На схеме (рис.10) показано, что в начальный момент времени тело находится в точке с координатой 2 м и начинает движение в положительном направлении (вдоль оси Ox). Так как ускорение и скорость имеют противоположные знаки, тело движется замедленно, причем отрицательное ускорение с течением времени увеличивается по модулю. Очевидно, что в некоторой точке с координатой $x_{1\,ост}$ тело остановится, развернется и продолжит движение в противоположном направлении. Закон движения тела 2 имеет вид

$$x_2(t)=-2-4\cdot t-0{,}2\cdot t^2-0{,}001\cdot t^3. \qquad (3.3)$$

Тело 2 начинает движение из точки с координатой x_o = -2 м, в направлении, противоположном направлению оси Ox. Поскольку скорость и ускорение этого тела направлены одинаково, модуль скорости с течением времени возрастает. Показанная схема позволяет качественно представить себе характер движения тел на начальном этапе, но не дает точных ответов на другие вопросы. Например, координата точки разворота первого тела $x_{1ост} \approx 9{,}2\ м$ показана на схеме совершенно произвольно. Также нет ответа на вопрос, в какой момент времени произойдет разворот первого тела, сможет ли оно догнать второе тело и т.д. Более информативными являются графики движения обоих тел, построенные в едином масштабе на одном координатном поле.

На рис.11 показан пример построения графиков движения обоих тел с применением пакета программ MATHCAD 11. По графику непосредственно можно определить координату и время разворота первого тела. Из графика видно, что первое тело после разворота увеличивает скорость и догоняет второе тело; при этом возможно определить и момент времени, и координату этого события. Кроме того, методом графического дифференцирования можно определить скорость движения каждого тела в любой момент времени.

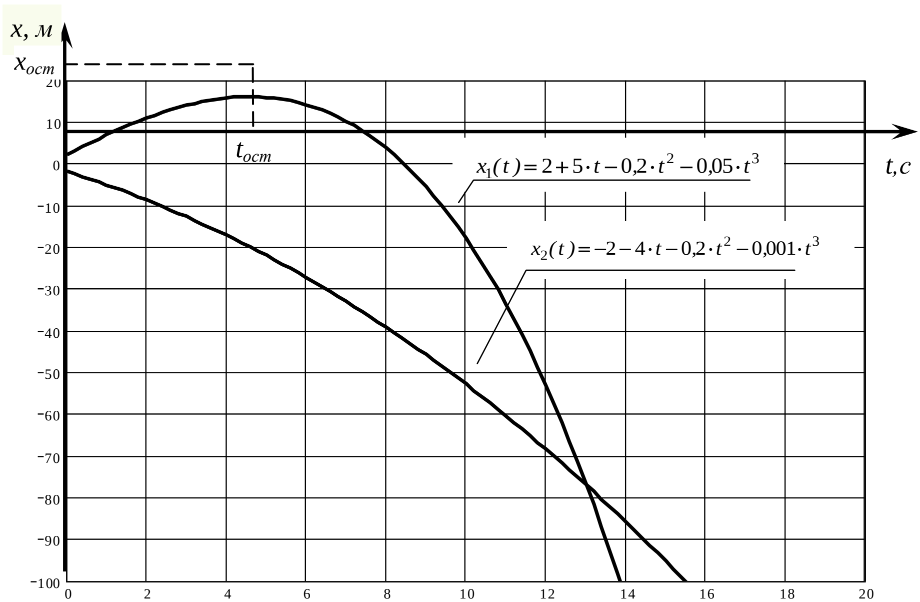


Рис.11

Порядок выполнения работы.

1. Для своего варианта построить графики движения обоих тел.
2. По графикам определить координаты и моменты встречи обоих тел.
3. Найти моменты времени, когда каждое тело меняет направление движения.
4. Найти координаты точек, в которых происходит разворот обоих тел.
5. Построить графики изменения скорости для обоих тел.
6. Построить графики изменения ускорения обоих тел.

<table>
<tr><th>Вариант</th><th>Законы движения тел</th><th>Диапазон изменения параметров</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>$x_1(t)=-4+4\cdot t-0{,}2\cdot t^2-0{,}005\cdot t^3$
$x_2(t)=3-2\cdot t+0{,}3\cdot t^2-0{,}002\cdot t^3$</td><td>$t$ = (0÷20) с
x_{min}= -10 м ; x_{max}= 40 м</td></tr>
<tr><td colspan="2">Чему равно расстояние между телами при t =8 с, 14 с?
Определить по графику скорость первого тела при t = 4,3 с.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>$x_1(t)=-6+9\cdot t-0{,}7\cdot t^2-0{,}05\cdot t^3$
$x_2(t)=3-4\cdot t+t^2+0{,}002\cdot t^3$</td><td>$t$ = (0÷10) с
x_{min}= -10 м ; x_{max}= 40 м</td></tr>
<tr><td colspan="2">Какое из тел имеет большую скорость   при t =2 с, 4 с?
Определить по графику скорость второго тела при t = 5,5 с.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>$x_1(t)=5+4\cdot t-0{,}85\cdot t^2+0{,}032\cdot t^3$
$x_2(t)=12-7\cdot t+1{,}05\cdot t^2+0{,}04\cdot t^3$</td><td>$t$ = (0÷20) с
x_{min}= -20 м ; x_{max}= 30 м</td></tr>
<tr><td colspan="2">Как изменится график $x_1(t)$ если ускорение   тела увеличить в 2 раза?
Определть по графику скорость первого тела при t = 7,2 с.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>$x_1(t)=-5+6\cdot t-0{,}85\cdot t^2+0{,}032\cdot t^3$
$x_2(t)=30-8\cdot t+1{,}25\cdot t^2-0{,}045\cdot t^3$</td><td>$t$ = (0÷20) с
x_{min}= -10 м ; x_{max}= 40 м</td></tr>
<tr><td colspan="2">Сколько раз встретятся тела, если начальную координату второго тела уменьшить в 2 раза?
Определить по графику скорость второго тела при t = 15,5 с.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5</td><td>$x_1(t)=-5+4\cdot t-0{,}8\cdot t^2+0{,}05\cdot t^3$
$x_2(t)=10-2{,}5\cdot t+t^2+0{,}004\cdot t^3$</td><td>$t$ = (0÷15) с
x_{min}= -10 м ; x_{max}= 40 м</td></tr>
<tr><td colspan="2">Появятся ли точки пересечения графиков, если скорость первого тела увеличить в 2 раза?   ... скорость второго тела увеличить в 2 раза?
Определить по графику скорость первого тела при t = 10,5 с.</td></tr>
</table>

Графические результаты представить на листе формата А4 (ориентация альбомная) с заполнением страницы не менее 70%.

Расчетно-графическая работа № 2

Движение тела в поле силы тяжести

Цель работы: изучение закономерностей движения тела в поле силы тяжести; освоение графических методов решения задач кинематики.

Теоретические сведения. Два тела массами m_1 и m_2, находящиеся на расстоянии r , взаимодействуют между собою с силами гравитационного притяжения

$$F_{гр} = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \qquad (3.4)$$

γ =6,67·10^{-11} м^3/кг·с^2 – универсальная постоянная. Как видно, в записанном выражении оба тела равноправны, независимо от соотношения их масс. Для тела массой m, находящихся вблизи поверхности Земли, это выражение принимает вид

$$F_{гр} = \gamma \frac{M_з}{\left(R_з + h\right)^2} \cdot m. \qquad (3.5)$$

Множитель, стоящий перед массой m , характеризует гравитационное поле и называется ускорением свободного падения. В общем случае ускорение свободного падения зависит от расстояния до поверхности Земли

$$g(h) = \gamma \frac{M_з}{\left(R_з + h\right)^2}. \qquad (3.6)$$

Эту зависимость необходимо учитывать при движении космических объектов (ракеты-носителя, спутника, метеоритов). Для тел, находящихся вблизи поверхности Земли ($h << R_з$), ускорение свободного падения принимает известное значение g = 9,81 м/с^2. Направление силы гравитации и ускорения свободного падения определяют направление вертикали в данной точке. Перпендикулярное направление называют горизонталь.

Движение тела с постоянным ускорением в общем случае определяет система функций

$$x(t) = x_o + \upsilon_o t + \frac{at^2}{2} \qquad (3.7)$$

$$\upsilon(t) = \upsilon_o + at \qquad (3.8)$$

Эта систему можно применять для таких типичных задач: движение свободно падающего тела; движение тела, брошенного вертикально вверх; движение тела, брошенного горизонтально; движение тела, брошенного под углом к горизонту.

Свободное падение тела. На рис. 1 показано направление оси *Oh*, относительно которой рассматриваем движение тела. Учитывая направление ускорения, а также условие свободного падения (начальная скорость υ_o равна нулю) система функций упрощается и принимает вид

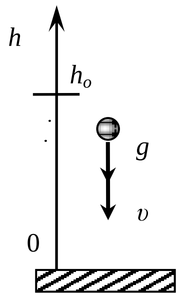


Рис.12

$$h(t) = h_o - \frac{gt^2}{2}, \qquad (3.9)$$

$$\upsilon(t) = -gt. \qquad (3.10)$$

Учитывая, что в момент падения координата тела $h(t) = 0$, получим уравнение

$$0 = h_o - \frac{gt_{пад}^2}{2},$$

из которого определяем время падения $t_{пад}$. Подставляя, это значение в функцию $\upsilon(t)$, получим $\upsilon_{кон} = -gt_{пад}$. Результат имеет вид

$$t_{пад} = \sqrt{2 \cdot h_{max} / g}. \qquad (3.11)$$

$$\upsilon_{пад} = \sqrt{2g \cdot h_{\max}}. \qquad (3.12)$$

2. **Движение тела, брошенного вертикально вверх.** Ось *Oh* направим вертикально вверх, как в предыдущей задаче. В начальный момент тело находится на поверхности земли и имеет координату $h_o = 0$, скорость положительна и имеет в нижней точке максимальное значение υ_o (рис.13. а). Система функций, описывающая движение тела до наивысшей точки траектории, имеет вид

$$h(t) = 0 + \upsilon_0 t - \frac{g \cdot t^2}{2} \qquad (3.13)$$

$$\upsilon(t) = \upsilon_o - g \cdot t \qquad (3.14)$$

Движение в обратном направлении происходит в соответсвии с системой уравнеий

$$h(t) = h_{\max} + 0 - \frac{g \cdot t^2}{2} \qquad (3.15)$$

$$\upsilon(t) = 0 - g \cdot t \qquad (3.16)$$

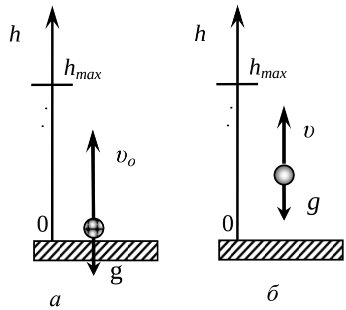


Рис.13

Независимое решение обеих систем дает

а) скорость тела в момент падения $\upsilon_{кон}$ равна начальной скорости υ_o ; б) время падения (спуска) $t_{сп}$ равно времени подъема $t_{под}$ до наивысшей точки; в) справедливо, что между параметрами задачи выполняются соотношения

$$\upsilon_{кон} = \upsilon_o = \sqrt{2g \cdot h_{\max}} \;; \qquad (3.17)$$

$$t_{пад} = t_{сп} = \sqrt{2 \cdot h_{\max} / g} \;. \qquad (3.18)$$

3 Движение тела, брошенного горизонтально. Решение данной задачи базируется на *принципе независимости движений*: сложное движение можно разложить по произвольным осям и рассматривать относительно каждой оси независимо. Для нашей задачи движение тела можно разложить на две составляющие: ***равномерное движение*** по горизонтали вдоль оси *Ox* и ***равноускоренное движение*** по вертикали**.** То есть горизонтальная составляющая скорости не изменяется $\upsilon_{гор} = \upsilon_o = const$, а вертикальная составляющая скорости возрастает так же, как при свободном падении тела, то есть $\upsilon_в = -gt$.

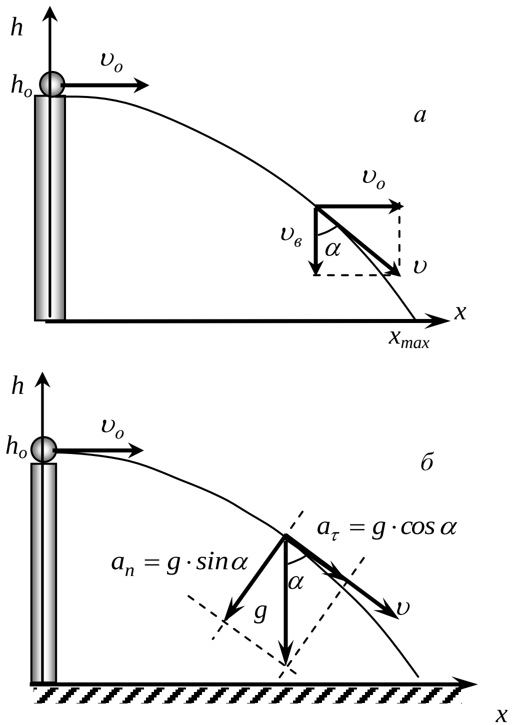


Рис.14

На рис.14 *а* показан вектор скорости υ и его горизонтальная и вертикальная составлющие в произвольный момент времени. Очевидно, что время свободного падения равно времени, в течение которого тело двигалось в горизонтальном направлении, то есть

$$t_{пад} = \sqrt{2 \cdot h_o / g} \;. \qquad (3.19)$$

Следовательно, тело смещается по горизонтали на расстояние

$$x_{max} = \upsilon_o \cdot \sqrt{2 \cdot h_o / g} \;. \qquad (3.20)$$

Из рис.3 *а* видно, что полная скорость в произвольный момент времени определяется по правилам сложения векторов

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 + (gt)^2} \quad . \qquad (3.21)$$

Из системы уравнений

$$x(t) = \upsilon_o \cdot t$$

$$h(t) = h_o - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

исключая параметр t , найдем функцию, которая описывает траекторию движения тела. Для этого из первого уравнения выразим время и подставим его во второе уравнение, получаем уравнение параболы

$$h(x) = h_o - \frac{g}{2 \cdot \upsilon_0^2} \cdot x^2 \quad . \qquad (3.22)$$

Таким образом, траекторией движения тела, брошенного горизонтально, является парабола. Ее вершина лежит на оси *Oh* и смещена вверх относительно нуля на высоту h_o . Ветви параболы обращены вниз.

Движение тела по параболе является криволинейным. То есть для каждой точки траектории можно говорить о нормальной и тангенциальной составляющих ускорения тела. Понятно, что в каждой точке траектории полное ускорение направлено вертикально вниз и численно равно *g*=9,81 м/с^2. На рис.14 б показано разложение вектора полного ускорения по двум направлениям. По направлению касательной к траектории получаем тангенциальную составляющую

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = g \cdot cos\alpha \quad , \qquad (3.23)$$

а в перпендикулярном направлении вдоль мгновенного радиуса кривизны траектории получаем нормальную составляющую ускорения

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = g \cdot sin\alpha \quad . \qquad (3.24)$$

Как видно из последней формулы, зная для данной точки траектории модуль скорости тела и угол, который направление скорости составляет с вертикалью, можно определить радиус кривизны траектории в данной точке.

$$R = \frac{\upsilon^2}{a_n} = \; = \frac{\upsilon^2}{g \cdot sin\alpha} \quad . \qquad (3.25)$$

Порядок выполнения работы.

1. Из таблицы выписать для своего варианта начальную высоту тела и три значения начальной скорости.
2. Выполнить предварительные расчеты времени падения тела; дальности полета; скорости тела в момент падения на землю; угла, составляемого вектором скорости с вертикалью (или горизонталью)в момент удара.
3. Построить оси координат, начертить траектории движения тела. (Для удобства, масштабы горизонтальной и вертикальной оси могут существенно отличаться)
4. Все параметры, вычисленные в п.2, показать на графике.

Номер варианта	Начальная высота	V_1	V_2	V_3	Номер индивид. задания
1	10 м	3 м/с	7 м/с	12 м/с	1
2	50 см	3 см/с	7 см/с	12 см/с	2
3	18 м	3 м/с	7 м/с	12 м/с	3
4	500 см	300 см/с	70 см/с	120 см/с	4
5	10 мм	6 мм/с	12 мм/с	18 мм/с	5
6	75 см	30 см/с	70 см/с	120 см/с	6
7	180 м	3 м/с	7 м/с	12 м/с	1
8	500 мм	30 см/с	70 см/с	120 см/с	2
9	120 мм	6 мм/с	12 мм/с	18 мм/с	3
10	75 м	50 м/с	120 м/с	170 м/с	4
11	1800 см	60 см/с	90 см/с	120 см/с	5
12	500 м	60 м/с	110 м/с	150 м/с	6

Индивидуальные задания

1. Для произвольной точки, указанной преподавателем, определить
   - Момент времени
   - Высоту над поверхностью земли
   - Удаление от основы башни вдоль оси *Ox*
   - Величину и направление скорости
   - Радиус кривизны траектории

2. Для точки траектории, которая находится на высоте $h_o/3$, определить

* Момент времени
* Удаление от основы башни вдоль оси Ox
* Величину и направление скорости
* Радиус кривизны траектории
* В каком соотношении находятся потенциальная и кинетическая энергия.

3. Для точки траектории, x-координата которой равна $x_{max}/5$, определить

* Момент времени
* Высоту над поверхностью земли
* Величину и направление скорости
* Радиус кривизны траектории
* Во сколько раз увеличилась кинетическая энергия тела за время полета

4. Для момента времени, равного 3/4 полного времени полета тела, определить

* Высоту над поверхностью земли
* Величину и направление скорости
* Радиус кривизны траектории
* Удаление от основания башни вдоль оси Ox
* Длину траектории, по которой двингалось тело до этого момента
*

5. Существует точка на траектории, в которой потенциальная энергия тела равна половине кинетической. Для этой точки определить

* Высоту над поверхностью земли
* Величину и направление скорости
* Радиус кривизны траектории
* Удаление от основания башни вдоль оси Ox
* Значения потенциальной и кинетической энергии тела (m=250 г)

6. Существует точка траектории, в которой кинетическая энергия тела возросла в два раза по сравнению с ее начальным значением. Для этой точки определить

* Высоту над поверхностью земли
* Величину и направление скорости
* Радиус кривизны траектории
* Удаление от основания башни вдоль оси Ox
* Во сколько раз уменьшилась потенциальная энергия тела по сравнению с ее начальным значением.

ДОПОЛНЕНИЯ

1. Форма записи и чтения арифметических действий

Действие	Форма записи	Правила чтения
Сложение	$a = c + b$	a равно c плюс b a равно сумме c и b
Вычитание	$a = c - b$	a равно c минус b; a равно разности между c и b;
Умножение	$a = c \times b$ $\quad a = c \cdot b$ $a = cb$	a равно c умножить на b a равно произведению c и b
Деление	$a = c : b$ $\quad a = c / b$ $a = \dfrac{c}{b}$	a равно c разделить на b a равно отношению c и b

2. Порядок выполнения арифметических действий. Рассмотрим порядок вычисления выражения

$$a_1 = \frac{d \cdot t^2}{2} + в \cdot t^3 - 2 \cdot \sqrt{s} \qquad (Д.1)$$

В первую очередь выполняются возведение в степень t^3 и t^2, а также извлечение квадратного корня $\sqrt{s}$. После этого умножение и деление, то есть $d \cdot t^2 / 2$, затем $в \cdot t^3$ и $2 \cdot \sqrt{s}$. В последнюю очередь выполняется сложение и вычитание.

Изменяется порядок действий, если в выражении поставлены скобки.

$$a_2 = \left(\frac{d \cdot t^2}{2} + в \right) \cdot t^3 - 2 \cdot \sqrt{s} \qquad (Д.2)$$

Сейчас также в первую очередь выполняются возведение в степень t^3, t^2, и извлечение квадратного корня $\sqrt{s}$. Затем необходимо выполнить сложение величин, стоящих в скобках. После этого скобку умножаем на t^3 и из полученного результата вычитаем $2 \cdot \sqrt{s}$.

Если под знаком квадратного корня стоит алгебраическое выражение, или в степень возводится алгебраическое выражение, подразумевается, что они стоят в скобках. Следовательно, эти действия также имеют приоритет.

$$a_2 = \left(\frac{d \cdot t^2}{2} + в \cdot t \right)^3 - 2 \cdot \sqrt{s - t^2} \qquad (Д.3)$$

В этом выражении в первую очередь выполняем возведение в степень t^2. Затем вычисляем выражение, стоящее в скобке, и возводим его в третью степень. После этого выполняем вычитание под корнем и извлекаем корень из разности. Последнее действие в этом выражении – вычитание.

3. Часто используемые греческие буквы

α	альфа	η	этта	π	пи	ω	омега
β	бета	θ	тэта	ρ	ро	ψ	пси
γ	гамма	λ	лямбда	σ	сигма	χ	хи
δ, Δ	дельта	μ	мю	τ	тау	ξ	кси
ε	епсилон	ν	ню	φ	фи	ζ	дзета

4. Дециметрические приставки

Название и множитель		**Обозначение и примеры использования**	
кило-	10^3	1 километр = 1 км	3467 Дж =3,48 кДж
мега-	10^6	1 мегаПаскаль=1 МПа	$2,46 \cdot 10^6$ Вт =2,46 МВт
гига-	10^9	1 гигаГерц = 1 ГГц	7840МГц = 7,840 ГГц
мили-	10^{-3}	1 милиНьютон= 1мН	0,038 Н=38 мН
микро-	10^{-6}	1 микросекунда=1мкс	$4,08 \cdot 10^{-6}$с =4,08 мкс
нано-	10^{-9}	1 нанометр=1нм	0,047 мкПа=47 нПа
пико-	10^{-12}	1 пикосекунда=1пс	0,000006 мкс=6 пс

5. Нормальная форма записи числа и операции с порядками

Результат вычислений на калькуляторе необходимо округлять до трех значащих цифр и записывать в нормальном виде.

Пример. При расчетах на калькуляторе высветился результат 67329112. Записываем его в нормальном виде $6,7329112 \cdot 10^8$ и округляем до трех значащих цифр $6,73 \cdot 10^8$.

В следующей строке показана правильная запись результатов вычислений

$5467 = 5,47 \cdot 10^3$ $\qquad$ $0,0002345 = 2,35 \cdot 10^{-4}$ $\qquad$ $374,1 \cdot 10^3 = 3,74 \cdot 10^5$

При перемножении чисел с одинаковыми основаниями их степени складываются а основание не изменяется $10^5 \cdot 10^3 = 10^8$ $10^{-5} \cdot 10^3 = 10^{-2}$

При делении степени вычитаются $\frac{10^{11}}{10^5} = 10^6$ $\frac{10^{-3}}{10^5} = 10^{-8}$ $\frac{10^3}{10^{-4}} = 10^7$

При извлечении квадратного корня, необходимо чтобы показатель степени был четным. Поэтому сначала число под корнем преобразуем

$$\sqrt{345 \cdot 10^5} = \sqrt{34{,}5 \cdot 10^6} = 5{,}87 \cdot 10^3$$

$$\sqrt{0.0036} = \sqrt{36 \cdot 10^{-4}} = 4{,}0 \cdot 10^{-2}$$

При сложении чисел, имеющих разный порядок, не обходимо вначале привести их к одному порядку:

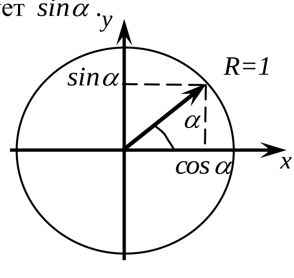
$$3{,}25 \cdot 10^3 + 4{,}56 \cdot 10^5 = 0{,}03 \cdot 10^5 + 4{,}56 \cdot 10^5 = 4{,}59 \cdot 10^5$$

$$0{,}00325 + 4{,}56 \cdot 10^{-2} = 0{,}33 \cdot 10^{-2} + 4{,}56 \cdot 10^{-2} = 4{,}89 \cdot 10^{-2}$$

6. Элементарная тригонометрия

При решении задач механика возникает необходимость сложения векторных величин (сил, скоростей, перемещений) или нахождения из проекций на выбранные оси.

Показанная на схеме тригонометрическая окружность позволяет определять синусы и косинусы характерных углов. Его радиус равен единице. Поэтому x-координата радиуса определяется как $R\cos\alpha = \cos\alpha$, то есть равен косинусу угла α, соответственно y-координата характеризует $\sin\alpha$.



Из схемы видно, что

$\sin 0 = 0$ $\sin \pi = 0$ $\sin(\pi/2) = +1$ $\sin(3\pi/2) = -1$

$\cos 0 = +1$ $\cos \pi = -1$ $\cos(\pi/2) = 0$ $\cos(3\pi/2) = 0$

Площадь круга радиуса R $s = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$

Площадь сферы радиуса R $s = 4\pi \cdot R^2 = \pi \cdot d^2$

Объем сферы радиуса R $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3$

Список рекомендованной литературы

1. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1990, 2004, 2009.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс общей физики. М.: Высшая школа, 1977, 2000, 2011, т.1-3.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 1977 - 1979, т.1-3.
4. Джанколи Д.. Физика, т.1.– М.: Мир, 1989.– 652 с.
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Высшая школа, 1983, 2002, 2004.
6. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике /Под редакцией А.Г.Чертова.- М.: Высшая школа, 1981.

Содержание