

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ОДЕСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ**



Роганков В.Б., Розіна О.Ю., Корнієнко Ю.К.

КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ. КВАНТОВА ФІЗИКА

Посібник для самостійної роботи

Одеса – 2015

Роганков В.Б., Розіна О.Ю., Корнієнко Ю.К. Коливання та хвилі. Квантова фізика: Посібник для самостійної роботи. Одеська національна академія харчових технологій, 2015. – 46 с.

У посібнику для самостійної роботи представлений матеріал, що стосується двох тем «Коливання та хвилі» і «Квантова фізика» загального курсу фізики. Ці теми складають зміст третього модуля з курсу фізики, що викладається студентам всіх напрямів підготовки. Даний посібник призначений для самостійної роботи студентів і денної, і заочної форм навчання, тому представлений матеріал максимально подрібнений на окремі розділи. У кожному з розділів стисло викладений теоретичний матеріал, представлені приклади розв’язання типових задач, запропонована достатня кількість задач для самостійного розв’язання. Для кращого засвоєння матеріалу та самоперевірки представлена достатня кількість тестових завдань.

Рецензент: кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри загальної та хімічної фізики ОНУ ім.І.І.Мечникова В.Я. Гоцульський

Розглянуто та рекомендовано до видання на засіданні кафедри прикладної фізики та електротехнологій.

Протокол № 7 від 9 лютого 2015 р.

Розглянуто та рекомендовано до видання на засіданні науково-методичної комісії з напрямку підготовки 6.040106 «Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування».

Розділ 4. Коливальні і хвильові процеси

Самостійна робота студента при вивченні передбачає

- Вивчити теоретичні питання, окреслені у даному посібнику у стислій формі. У разі необхідності детальніше розглянути їх у підручниках, зазначених у переліку рекомендованої літератури.
- Перевірити розуміння матеріалу, розв'язавши тестові завдання.
- Розглянути приклади розв'язання задач.
- Розв'язати задачі представлені для самостійного розв'язання

Основні параметри, рекомендовані позначення, розмірності,

Назва - укр.	Позначення	Розмірність в СІ	Название - рус
Кордината	x	м, метр	Координата
Час	t	с, секунда	Время
Швидкість	v	м/с,	Скорость
Прискорення	a	м/с ² ,	Ускорение
Сила	F	Н, Ньютон	Сила
Маса	m	кг, кілограм	Масса
Період коливань	T	с, секунда	Период колебаний
Частота коливань	ν	Гц, Герц	Частота колебаний
Циклічна частота	ω	1/с	Циклическая частота
Довжина хвилі	λ	м, метр	Длина волны
Зсув фаз	φ	Рад, радіан	Сдвиг фаз
Заряд	Q	Кулон, Кл	Заряд
Напруга	U	Вольт, В	Напряжение
Електроємність	C	Фарада, Ф	Емкость
Сила струму	I	Ампер, А	Сила тока
Індуктивність	L	Генрі, Гн	Индуктивность
Опір	R	Ом, Ом	Сопротивление
Коефіцієнт загасання	β	1/с	Коэффициент затухания
Декремент загасання	θ		Декремент затухания
Механічна енергія	E	Дж	Механическая энергия
Магнітна енергія	$W_{\text{магн}}$	Дж	Магнитная энергия
Електростатична енергія	$W_{\text{елст}}$	Дж	Энергия электро-статического поля

Загальні рекомендації до розв'язання задач.

- У скороченій умові задачі використовувати позначення, представлені у таблиці. Для всіх величин одиниці виміру привести до СІ (відповідно таблиці).
- Розв'язувати задачі у загальному вигляді, тобто доводити до кінцевої формули, у яку можна підставляти чисельні дані.
- Розрахунки і результат доцільно представляти у, так званому, нормальному вигляді ($5467 = 5,47 \cdot 10^3$, $0,0002345 = 2,345 \cdot 10^{-4}$).

4.1. Незгасаючі коливання.

4.1.1. Механічні коливання. Прикладами механічних коливань є рух математичного та пружинного маятників, зображених відповідно на рис.8, 9.

В обох коливальних системах координата тіла (матеріальної точки) змінюється за гармонічним законом

$$x = x_o \cdot \cos(\omega t + \varphi_o), \quad (1)$$

де x_o - **амплітуда**, ω - **циклічна частота**, φ_o - **початкова фаза коливань**.

Значення фази $\varphi_o = 0$ відповідає початку руху маятника з положення максимального відхилення, у такому випадку вираз (1) має вигляд

$$x = x_o \cdot \cos \omega t \quad (2)$$

Якщо коливальний рух тіла починається з положення рівноваги у позитивному напрямку, координата змінюється за законом (рис.7)

$$x = x_o \cdot \sin \omega t = x_o \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}). \quad (3)$$

Циклічна частота коливань ω зв'язана з **періодом** T та **частотою** ν , відповідно

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad (4)$$

Швидкість v та прискорення a точки можна отримати послідовним диференціюванням по часу виразу (1), а саме

$$v = \frac{dx}{dt} = -x_o \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_o), \quad (5)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -x_o \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_o). \quad (6)$$

Число або функцію, що стоять перед функціями $\sin \omega t$ або $\cos \omega t$, називають **амплітудою** відповідної фізичної величини. Отже,

$$v_o = v_{\max} = x_o \cdot \omega \text{ — амплітуда швидкості,}$$

$$a_o = a_{\max} = x_o \cdot \omega^2 \text{ — амплітуда прискорення.}$$

Формули (1-6) мають універсальний характер, тобто їх можна використовувати для довільної коливальної системи.

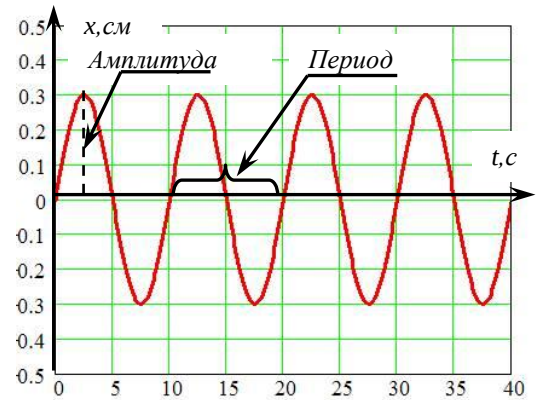


Рис.7

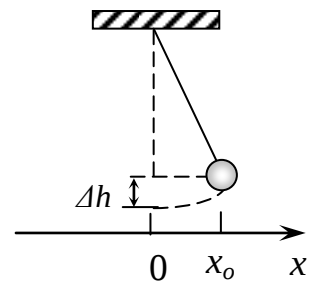


Рис.8

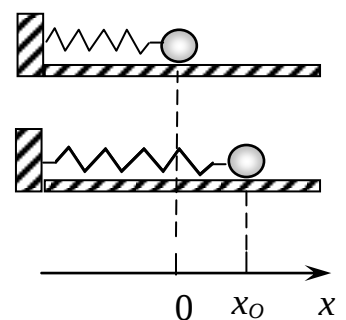


Рис. 9

Від характеристик коливальної системи залежать такі її параметри: частота ω та період коливань T .

для математичного маятника довжиною l у гравітаційному полі з прискоренням вільного падіння g	$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	(7)
для пружинного маятника, у якому матеріальна точка масою m закріплена на пружині з жорсткістю k	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	(8)

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Записати рівняння гармонічного коливального процесу, якщо максимальне відхилення кульки від положення рівноваги становить 2 см, і період коливань дорівнює 0,25 с. У початковий момент кулька знаходиться у положенні рівноваги.

Дано $x_0 = 0,02$ м $T = 0,25$ с	Функція, що описує гармонічне коливання точки з положення рівноваги, представлена у теоретичному вступі формулою (3)
$x(t) = ?$	$x = x_0 \cdot \sin \omega t = x_0 \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$ Користуючись виразом (4), знаходимо циклічну частоту коливань $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2 \cdot 3,14 / 0,25 = 25,12 \text{ 1/с}$ Значення амплітуди коливань можна знайти з виразу $x = 0,02 \cdot \cos\left(25,12 \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$

Приклад 2. Записати рівняння гармонічного коливання, якщо максимальне прискорення точки 24 см/с^2 , період коливання 6 с, зміщення точки від положення рівноваги в початковий момент часу дорівнює x_0 .

Дано $x_0 = 0,24 \text{ м/с}^2$ $T = 6$ с	Точка виконує гармонічне коливання точки з положення максимального відхилення, тому формула, що описує процес має вигляд (2)
$x(t) = ?$	$x = x_0 \cdot \cos \omega t.$ Користуючись виразом (4), знаходимо циклічну частоту коливань

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3} \text{ 1/c}$$

Амплітуду коливань знаходимо з виразу

$$a_o = x_o \cdot \omega^2 \Rightarrow x_o = \frac{a_o}{\omega^2}$$

У загальному вигляді функція $x(t)$ має вигляд

$$x = \frac{a_o}{\omega^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} \cdot t\right)$$

Після підстановки $x = 0,22 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} \cdot t\right) \text{ м.}$

Приклад 3. Знайти масу тягарця, який на пружині жорсткістю $k=20 \text{ Н/м}$ виконує $N=25$ коливань за $t=50 \text{ с.}$

Дано $k=20 \text{ Н/м}$ $N=25$ $t=50 \text{ с}$ $m=?$	Період коливань пружинного маятника визначає вираз (8)
	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{T^2 \cdot k}{4 \cdot \pi^2}$
	Знайдемо період як відношення $T = t / N$

Тоді загальний розв'язок задачі має вигляд

$$m = \frac{t^2 \cdot k}{N^2 \cdot 4 \cdot \pi^2}$$

Підставимо значення і отримаємо $m = 2,04 \text{ кг.}$

Приклад 4. Точка коливається за законом $x(t) = 0,35 \cdot \sin(0,5 \cdot \pi \cdot t)$. Чому дорівнює сила, що діє на тіло в момент часу 1 с , якщо маса точки $2,5 \text{ кг}$?

Дано $x(t) = 0,35 \cdot \sin(0,5 \cdot \pi \cdot t)$ $t = 1 \text{ с}$ $m = 2,5 \text{ кг}$ $F = ?$	Послідовним диференціюванням заданої функції знайдемо
	$a = \frac{dv}{dt} = -x_o \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$
	За законом Ньютона

$$F = m \cdot a = -m \cdot x_o \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Підставимо числові значення і отримаємо

$$F = -2,5 \cdot 0,35 \cdot 0,25 \cdot \pi^2 \sin(0,5 \cdot \pi \cdot 1) = 2,15 \text{ Н}$$

Задачі для самостійного розв'язання

- 4.1. Записати рівняння гармонічного коливального процесу, якщо у початковий момент кулька відхилена на 0,05 м від положення рівноваги, і за 2 хвилини відбулося 60 повних коливань.
- 4.2. Написати рівняння гармонічного коливання з амплітудою в 12 см, якщо за 1 хвилину здійснюється 150 коливань. Початкова фаза коливань дорівнює 45° .
- 4.3. Написати рівняння гармонічних коливань, якщо амплітуда коливань $A=50$ мм, період $T=4$ с, а початкова фаза $\varphi_0 = \pi/4$. Знайти зміщення точки від положення рівноваги в моменти часу $t_1=0$ і $t_2=1,5$ с.
- 4.4. Записати рівняння гармонічного коливання, якщо максимальне прискорення точки $49,3$ см/с², період коливання 2 с, зміщення точки від положення рівноваги в початковий момент часу дорівнює 0.
- 4.5. Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання за законом $x = 2 \cdot \sin(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{4})$ см. Знайти період коливань, максимальну швидкість і максимальне прискорення точки.
- 4.6. Амплітуда гармонічного коливання становить 5 см, а період 4 с. Знайти максимальне прискорення та максимальну швидкість точки.
- 4.7. Початкова фаза гармонічного коливання дорівнює нулю. Якщо точку зміщено від положення рівноваги на 2,4 см, її швидкість дорівнює 3 см/с. Якщо зміщення становить 2,8 см, швидкість дорівнює 2 см/с. Знайти амплітуду і період коливання. Записати функцію $x(t)$ та побудувати її графік.
- 4.8. Рівняння коливань матеріальної точки масою 16 г має вигляд $x = 0,1 \cdot \sin(\frac{\pi}{8} \cdot t + \frac{\pi}{4})$. Визначити, як змінюється за часом сила, яка діє на точку. Знайти максимальне значення сили і повну енергію точки.
- 4.9. Матеріальна точка масою 10 г коливається за законом $x(t) = 5 \cdot \sin(0,2 \cdot t + 0,25 \cdot \pi)$ (см). Знайти максимальну силу, що діє на точку, та повну енергію точки.
- 4.10. Визначити прискорення вільного падіння, якщо математичний маятник довжиною $l=80$ см за $t=3$ хв виконує $N=100$ коливань.
- 4.11. Визначити, як відносяться довжини математичних маятників, якщо за один і той же час один із них виконав $N_1=10$, а другий $N_2=30$ коливань.
- 4.12. Кулька підвішена на нитці довжиною 1 м. Знайти швидкість кульки, коли вона проходить положення рівноваги. Кулька починає коливатися після того, як її відхилили на кут 10° від вертикалі.

- 4.13. Знайти масу тягарця, який на пружині жорсткістю $\kappa=250$ Н/м виконує $N=20$ коливань за $t=10$ с.
- 4.14. Знайти період коливань тягарця масою 40 г, який прикріплений до пружини. Відомо, що пружина під дією сили $F=10$ Н розтягується на $x=1.5$ см.
- 4.15. Визначити повну механічну енергію та найбільшу швидкість тягарця, який виконує коливання на пружині жорсткістю $\kappa=250$ Н/м. Маса тягарця $m=400$ г, амплітуда коливань $A=1,5$ см.

Приклади тестових запитань

Тест 1. Матеріальна точку масою m закріплена на нитці довжиною l і виконує незагасаючі коливання з періодом T_0 . Якщо до тої ж нитки приєднати кульку масою $2m$, встановляться коливання з періодом T , причому справедливе співвідношення

1. $T=2T_0$ 2. $2T=T_0$ 3. $T=T_0$ 4. $4T=T_0$
 5. $T=\sqrt{2} T_0$ 6. $\sqrt{2} T=T_0$ 7. Вірної рівності немає

Тест 2. Матеріальна точку масою m закріплена на пружині жорсткістю k і виконує незагасаючі коливання з періодом T_0 . Якщо використати пружину, жорсткість якої вдвічі більша, період коливань змінюється і дорівнює T . Справдливе співвідношення

1. $T=2T_0$ 2. $2T=T_0$ 3. $T=4T_0$ 4. $4T=T_0$
 5. $T=\sqrt{2} T_0$ 6. $\sqrt{2} T=T_0$ 7. Вірної рівності немає

Тест 3. Період коливань математичного маятника залежить від

1. Амплітуди коливань, прискорення вільного падіння
2. Довжини нитки, прискорення вільного падіння
3. Швидкості руху точки підвісу, довжини нитки, амплітуди коливань
4. Прискорення вільного падіння, маси матеріальної точки

Тест 4. Кулька виконує гармонічні коливання і проходить шлях 20 мм між координатами максимального відхилення від положення рівноваги. Амплітуда коливань дорівнює

1. 40 мм 2. 20 мм 3. 10 мм 4. $\sqrt{2} \cdot 40$ мм
 5. $\sqrt{2} \cdot 10$ мм 6. $\sqrt{2} \cdot 20$ мм

4.1.2. Електромагнітні коливання. Найпростішою коливальною системою, у якій відбуваються електромагнітні коливання, є **коливальний контур** – електричне коло, що складається з конденсатора ємністю C та котушки з індуктивністю L (рис.10). Частота коливань у такому контурі визначається як

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} . \quad (9)$$

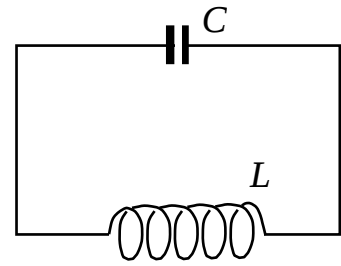


Рис.10

Коливальний процес у такому контурі можна розглядати як періодичний процес перезарядки конденсатора, причому величина заряду q на конденсаторі змінюється за законом

$$q = q_o \cos(\omega t + \varphi_o) . \quad (10)$$

Напруга на обкладинках конденсатора змінюється у тій самій фазі за законом

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_o}{C} \cdot \cos(\omega t + \varphi_o) . \quad (11)$$

Диференціюванням виразу (10), отримаємо закон зміни струму I , який протікає через котушку

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_o \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_o) = -U \cdot C \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_o) . \quad (12)$$

У останніх формулах множники, що стоять перед функціями $\sin \omega t$ та $\cos \omega t$ характеризують **амплітуди** відповідних фізичних величин. Тобто

$$I_o = I_{max} = q_o \omega = U \cdot C \cdot \omega \text{ – амплітуда сили струму у котушці,}$$

$$U_o = U_{max} = \frac{q_o}{C} \text{ – амплітуда напруги на конденсаторі.}$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Записати, за яким законом змінюється сила струму в коливальному контурі з індуктивністю 5 мГн та ємністю 0,3 мкФ. Відомо, що максимальна напруга на конденсаторі становить 20 В.

Дано

$$L = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$C = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$U = 20 \text{ В}$$

$$I(t) = ?$$

У ідеальному коливальному контурі закон зміни струму I , який протікає через котушку, має вигляд (12)

$$I = \frac{dq}{dt} = -U \cdot C \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_o) .$$

Циклічну частоту коливань визначимо з співвідношення

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 0,26 \cdot 10^5 \text{ 1/c}$$

Підставимо значення і виконаємо розрахунки

$$I = \frac{dq}{dt} = -20 \cdot 0,3 \cdot 10^{-6} \cdot 0,26 \cdot 10^5 \cdot \sin(\omega t + \varphi_o)$$

$$I = \frac{dq}{dt} = -0,156 \cdot \sin(\omega t + \varphi_o) A$$

Приклад 2. Сила струму в коливальному контурі залежить від часу згідно з рівнянням $I = 0,05 \cdot \sin 200\pi \cdot t$ (A). Індуктивність контуру 2 Гн. Знайти період коливань, ємність контуру, максимальну різницю потенціалів між обкладками конденсатора.

Дано $I = 0,05 \cdot \sin 200\pi \cdot t$ $L = 2 \text{ Гн}$	З заданого виразу маємо значення амплітуди сили струму $I_o = 0,05 A$ та циклічної частоти $\omega = 200 \cdot \pi \text{ рад/с}$ З формули (9) для циклічної частоти визначимо ємність
$C = ?$ $T = ?$ $U_o = ?$	$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_o^2 \cdot L} = 1,28 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ Для періода маємо $T = 2\pi / \omega = 0,01 \text{ с}$
	Виходячи із співвідношення для амплітуд $I_o = U \cdot C \cdot \omega$ отримаємо $U_o = \frac{I_o}{C \cdot \omega} = 0,622 \cdot 10^2 \text{ В} = 62,2 \text{ В}$

Приклад 3. Напруга на конденсаторі в коливальному контурі залежить від часу за законом рівнянням $U = 50 \cdot \cos(10^6 \cdot \pi \cdot t)$ (В). Індуктивність контуру 20 мГн. Знайти, на яку довжину електромагнітної хвилі резонує такий контур

Дано $U = 50 \cdot \cos(10^6 \cdot \pi \cdot t)$ $L = 20 \text{ мГн}$	З заданого виразу маємо значення амплітуди напруги струму $U = 50 \text{ В}$ та циклічної частоти $\omega = 10^3 \cdot \pi \text{ рад/с}$ Для довжини електромагнітної хвилі відома формула
$\lambda = ?$	$c_o = \lambda \cdot \nu,$ у якій $c_o = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ - швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль.

Виходячи із співвідношення, що зв'язує циклічну та лінійну частоту

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu$$

отримаємо

$$\lambda = \frac{c_0}{\nu} = \frac{2 \cdot \pi \cdot c_0}{\omega} = 600 \text{ м}$$

Задачі для самостійного розв'язання

- 4.16. Яку індуктивність треба увімкнути в коливальний контур, щоб при ємності 2 мкФ одержати звукову частоту 1000 Гц? Опором контуру знехтувати.
- 4.17. На який діапазон довжин хвиль можна настроїти коливальний контур, якщо його індуктивність дорівнює $2 \cdot 10^{-3}$ Гн, а ємність можна змінювати у межах від 69 пФ до 533 пФ? (Швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль $c_0 = 3 \cdot 10^8$ м/с).
- 4.18. Записати, за яким законом змінюється сила струму в коливальному контурі з індуктивністю 3 мГн та ємністю 0,1 мкФ. Відомо, що максимальна напруга на конденсаторі дорівнює 60 В.
- 4.19. Котушка, індуктивність якої $3 \cdot 10^{-5}$ Гн, приєднана до плоского конденсатора з площею пластин 100 см^2 кожна, відстань між ними 0,1 мм. Чому дорівнює діелектрична проникненість середовища, що заповнює простір між пластинами, якщо контур резонує на хвилю довжиною 750 м?
- 4.20. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 0,025 мкФ та котушки індуктивністю 1 Гн. Максимальний заряд на обкладинках конденсатора 2,5 мкКл. Записати для даного контуру рівняння (з числовими коефіцієнтами) зміни з часом напруги між обкладинками конденсатора та сили струму в контурі. Знайти значення напруги та сили струму для моментів часу $T/8$, $T/4$, $T/2$.
- 4.16. Рівняння зміни з часом напруги між обкладинками конденсатора в коливальному контурі дається у вигляді $U(t) = 50 \cos(10^4 \pi t)$ (В). Ємність конденсатора 0,9 мкФ. Знайти період коливань, індуктивність контуру, закон зміни з часом сили струму в колі.
- 4.17. Напруга між обкладинками конденсатора в коливальному контурі змінюється з часом згідно з рівнянням $U = 50 \cdot \cos 10^4 \pi t$ В. Ємність конденсатора становить $9 \cdot 10^{-7}$ Ф. Знайти період коливань, індуктивність контуру, закон зміни з часом сили струму в контурі, довжину хвилі, на яку резонує контур.
- 4.18. Сила струму в коливальному контурі залежить від часу згідно з рівнянням $I = -0,02 \cdot \sin 400 \pi t$ А. Індуктивність контуру 1 Гн. Знайти

період коливань, ємність контуру, максимальну різницю потенціалів між обкладинками конденсатора, максимальну енергію магнітного поля, максимальну енергію електричного поля.

- 4.19. Коливальний контур складається з котушки індуктивності L і конденсатора ємністю C . Частота власних коливань такого контуру дорівнює ω_1 . Як зміниться власна частота контуру, якщо в коло підключити ще один такий самий конденсатор послідовно? ...паралельно?
- 4.20. Коливальний контур складається з котушки індуктивності L і конденсатора ємністю C . Частота власних коливань такого контуру дорівнює ω_1 . Як зміниться власна частота контуру, якщо кількість витків у котушці індуктивності подвоїти?

Приклади тестових запитань

Тест 1. Коливальний контур складається з котушки індуктивності L і конденсатора ємністю C . Частота власних коливань такого контуру дорівнює ω_1 . До конденсатора послідовно підключили такий самий конденсатор.

Частота коливань

1. зросте в 2 рази
2. зменшиться в 2 рази
3. Не зміниться
4. зросте в $\sqrt{2}$ раз
5. зменшиться в $\sqrt{2}$ раз

Тест 2. Звукова частота, на яку налаштований коливальний контур дорівнює 10^5 Гц. Період власних коливань у такому контурі дорівнює

1. $6,28 \cdot 10^5$ с
2. 10^5 с
3. $6,28 \cdot 10^{-5}$ с
4. 10^{-5} с
5. 10^{-10} с
6. $6,28 \cdot 10^{-10}$ с

Тест 3. Період коливань ідеального коливального контуру залежить від

1. Амплітуди сили струму, індуктивності котушки, ємності конденсатора
2. Початкової напруги конденсатора, активного опору котушки індуктивності
3. Швидкості зміни струму у котушці, довжини котушки, ємності конденсатора
4. Індуктивності котушки, ємності конденсатора

Тест 4. Напруга на конденсаторі змінилась у діапазоні від 20 В до мінус 20 В. Це відбулося протягом

1. одного періоду
2. половини періоду
3. чверті періоду
4. Двох періодів
5. Недостатньо даних для визначення

4.1.3. Закон збереження енергії для незгасаючих коливальних процесів. Незгасаючі коливання встановлюються у тому випадку, коли у системі не відбувається дисипація енергії, тобто виконується закон збереження енергії.

У механічних системах відбувається періодичне перетворення потенціальної енергії у кінетичну. Для математичного маятника потенціальну енергію $mg \cdot \Delta h$ характеризує підвищення тіла над рівнем положення рівноваги (рис.8). Потенціальну енергію пружинного маятника характеризує енергія деформованої пружини ($k \cdot x^2/2$). Для обох маятників тіло має максимальну кінетичну енергію ($m \cdot v_{max}^2/2$), коли проходить положення рівноваги.

У коливальному контурі відбувається обмін енергії між конденсатором та котушкою індуктивності: електростатична енергія ($CU^2/2$), накопичена конденсатором, періодично перетворюється на магнітну енергію ($LI^2/2$), зосереджену у котушці, і навпаки. Повна енергія контуру визначається двома складовими. Оскільки вона незмінна, у ту мить, коли сила струму максимальна, напруга на конденсаторі дорівнює нулю (і навпаки).

Закон збереження енергії має вигляд

для математичного маятника	$mg \cdot \Delta h_{max} = mg \cdot \Delta h + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_{max}^2}{2}$
для пружинного маятника	$\frac{kx_o^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_{max}^2}{2}$
для коливального контуру	$\frac{CU_{max}^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_{max}^2}{2}$

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Сила струму в коливальному контурі з індуктивністю 4,5 мГн змінюється за законом $I = -0,05 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ А. Максимальна напруга на конденсаторі становить 2 В. Визначити частоту коливань.

Дано $L = 4,5 \cdot 10^{-3}$ Гн $U_{max} = 2$ В	У ідеальному контурі виконується закон збереження енергії $\frac{\tilde{N}U_{max}^2}{2} = \frac{LI_{max}^2}{2} \Rightarrow C = \frac{LI_{max}^2}{U_{max}^2} = 2,8 \text{ мФ}$
$\omega = ?$	Циклічну частоту коливань визначимо з співвідношення

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 0,89 \cdot 10^4 \text{ 1/c}$$

Приклад 2. Записати, за яким законом змінюється сила струму в коливальному контурі з індуктивністю 28 мГн та ємністю 0,25 мкФ. Відомо, що максимальна енергія на конденсаторі становить 12 В. Вважати, що початкова фаза дорівнює нулю.

Дано	
$L = 28 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$	У ідеальному коливальному контурі закон зміни струму I , який протікає через котушку, має вигляд (12)
$C = 0,25 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$	
$U = 12 \text{ В}$	
$I(t) = ?$	

$$I = \frac{dq}{dt} = I_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_i).$$

Циклічну частоту коливань визначимо з співвідношення

$$\omega_i = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1,19 \cdot 10^4 \text{ 1/c}$$

Для визначення амплітуди сили струму скористаємося законом збереження енергії

$$\frac{\tilde{N} U_{max}^2}{2} = \frac{L I_{max}^2}{2} \Rightarrow I_{max} = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot U_{max} = 35,9 \text{ iA}$$

Тепер для маємо всі параметри, щоб записати закон

$$I(t) = 39,5 \cdot \sin(1,19 \cdot 10^4 \cdot t) \text{ iA}$$

Задачі для самостійного розв'язання

- 4.21. Визначити жорсткість пружини, якщо максимальна кінетична енергія закріпленого на ній тягарця $W_k = 1 \text{ Дж}$. Амплітуда коливань $A = 5 \text{ см}$.
- 4.22. Записати, за яким законом змінюється сила струму в коливальному контурі з індуктивністю 3 мГн та ємністю 0,1 мкФ. Відомо, що максимальна магнітна енергія в контурі становить 3 мДж.
- 4.23. Тіло здійснює гармонічні коливання з періодом 2 с. Повна енергія тіла дорівнює $3 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$. Максимальна сила, що діє на тіло, $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$. Записати рівняння гармонічного коливання.
- 4.24. Точка здійснює гармонічні коливання. Чому дорівнює відношення кінетичної енергії до потенціальної в моменти часу $t_1 = T/12$, $t_2 = T/6$.
- 4.25. Чому дорівнює відношення кінетичної енергії точки, що здійснює гармонічне коливання, до її потенціальної енергії для моментів, коли зміщення точки від положення рівноваги складає $0,25 x_0$, $0,5 x_0$, x_0 ?

- 4.26. Амплітуда гармонічного коливання матеріальної точки 2 см, повна енергія точки складає $3 \cdot 10^{-7}$ Дж. Як зміщено точку від положення рівноваги, у той момент, коли на неї діє сила $2,25 \cdot 10^{-5}$ Н?
- 4.27. Чому дорівнює для ідеального контуру відношення енергії котушки до енергії конденсатору для моментів часу $t_1 = T/8$, $t_2 = T/4$, $t_3 = T/2$?
- 4.28. Маленька кулька виконує гармонічні коливання з амплітудою 3 см. На якій відстані від положення рівноваги знаходиться точка у той момент, коли її швидкість дорівнює половині амплітудного значення.
- 4.29. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 0,025 мкФ та котушки індуктивністю 1 Гн. Максимальний заряд на обкладинках конденсатора 2,5 мкКл. Записати для даного контуру функції, що показують, як змінюються з часом енергія електричного поля, енергія магнітного поля та повна енергія контуру. Знайти значення цих функцій для моментів часу $T/8$, $T/4$, $T/2$.
- 4.30. Для коливального контуру, що складається з індуктивності 1 Гн та конденсатора ємністю 3 мФ, експериментально визначили, що у той момент, коли напруга на конденсаторі дорівнює половині максимального значення, сила струму в контурі становить 20 мА. Чому дорівнює максимальна сила струму, що протікає через котушку, та максимальна напруга на конденсаторі?

Приклади тестових запитань

Тест 1. Амплітудне значення напруги на конденсаторі зростає в 2 рази. При цьому повна енергія коливального контуру

1. зросте в 2 рази
2. зросте в 4 рази
3. Не зміниться
4. зросте в $\sqrt{2}$ раз
5. зменшиться в $\sqrt{2}$ раз

Тест 2. Повна енергія пружинного маятника зросла в 3 рази. Якщо жорсткість пружини не змінилась, амплітуда коливань

1. зросте в 3 рази
2. зросте в 9 разів
3. Не зміниться
4. зросте в $\sqrt{3}$ разів
5. зменшиться в $\sqrt{3}$ разів

Тест 3. Період коливань ідеального коливального контуру залежить від

1. Амплітуди сили струму, індуктивності котушки, ємності конденсатора

Тест 4. Кінетична енергія коливальної системи змінилась від 20 Дж до 0 Дж.

Це відбулося протягом

1. одного періоду
2. половини періоду
3. чверті періоду
4. Двох періодів
5. Недостатньо даних для визначення

Тест 5. Повна енергія математичного маятника дорівнює 12 Дж. У той момент, коли кулька проходить положення рівноваги

1. $A_{\dot{\varphi}} = 0$, $A_{\ddot{\varphi}} = 12$ Дж
2. $A_{\dot{\varphi}} = 6$ Дж, $A_{\ddot{\varphi}} = 6$ Дж
3. $A_{\dot{\varphi}} = 12$ Дж, $A_{\ddot{\varphi}} = 0$ Дж
4. $A_{\dot{\varphi}} = 8$ Дж, $A_{\ddot{\varphi}} = 4$ Дж
5. Недостатньо даних для визначення

Тест 6. Пружинний маятник виконує гармонічні коливання. Його повна енергія дорівнює 8 Дж. У той момент коли пружина максимально деформована

1. $A_{\dot{x}} = 12$ Дж, $A_{\ddot{x}} = -4$ Дж
2. $A_{\dot{x}} = 0$ Дж, $A_{\ddot{x}} = +8$ Дж
3. $A_{\dot{x}} = 4$ Дж, $A_{\ddot{x}} = 4$ Дж
4. $A_{\dot{x}} = 8$ Дж, $A_{\ddot{x}} = 0$ Дж
5. Недостатньо даних для визначення

4.2. Згасаючі коливання

У реальних коливальних системах механічна або електромагнітна енергія перетворюється на теплову, і амплітуда коливань зменшується у часі (рис.11). Такі коливання називають **згасаючими**. Незважаючи на природу коливального процесу, структура функції, що його описує, має вигляд

$$X = X_{\max} \cdot \exp(-\beta \cdot t) \cdot \cos \omega t. \quad (13)$$

У цьому виразі X – узагальнене позначення змінної величини. Для механічних коливань цей параметр характеризує x – координату матеріальної точки; для коливального контуру – заряд q , або напругу U на конденсаторі. Амплітуда загасаючих коливань визначається експоненціальною функцією

$$A(t) = X_i(t) = X_{\max} \cdot \exp(-\beta \cdot t), \quad (14)$$

і коефіцієнт β у показнику експоненти називають **коефіцієнтом згасання**. Його величина визначається параметрами коливальної системи.

У випадку механічних коливань тіла масою m в середовищі з коефіцієнтом дисипації r	$\beta = \frac{r}{2m}$	(15)
У коливальному контурі з активним опором контуру R та індуктивністю L	$\beta = \frac{R}{2L}$	(16)

Процес згасання характеризують **логарифмічним декрементом** θ , і вводять його як логарифм відношення амплітуд двох послідовних періодів

$$\theta = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}} \quad (17)$$

Параметри, що характеризують згасання, зв'язані співвідношенням

$$\theta = \beta \cdot T \quad (18)$$

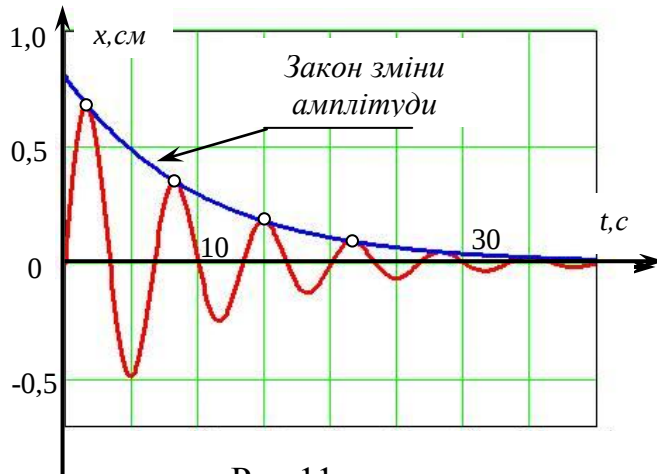


Рис.11

Показаний на рис. 11 графік описує формула

$$x(t) = 0,8 \cdot \exp(-\beta \cdot t) \cdot \cos \omega t$$

Користуючись наданим масштабом, визначте самостійно період, частоту, логарифмічний декремент та коефіцієнт загасання таких коливань.

Циклічна частота у загальному випадку визначається виразом

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad . \quad (19)$$

При малому згасанні ($\omega_0 \gg \beta$), $\omega = \omega_0$ і визначається формулою (9).

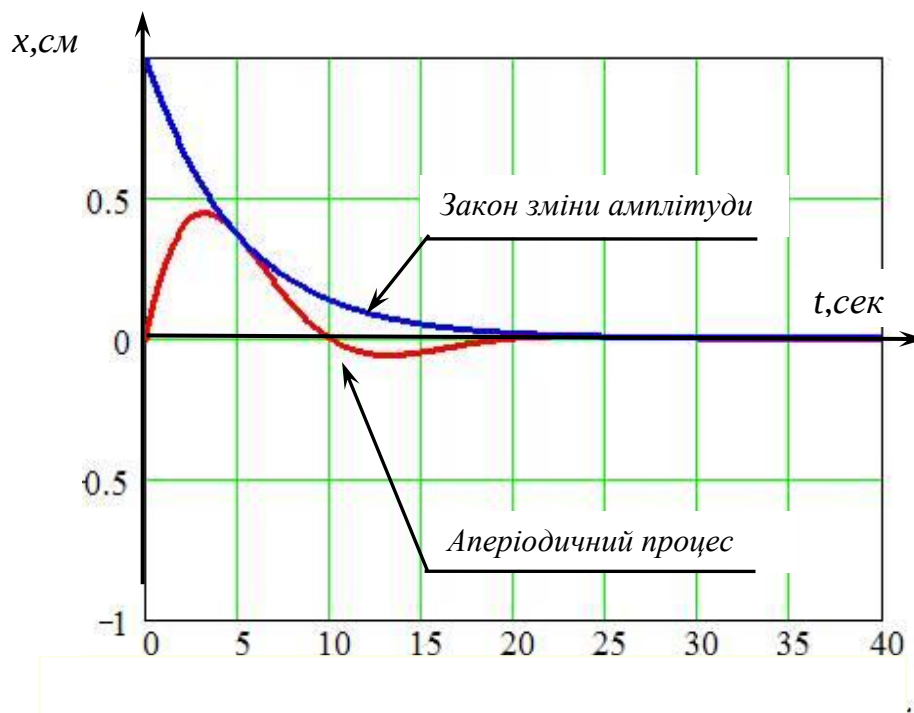


Рис.12

Якщо величини ω_0 та β одного порядку, амплітуда зменшується на декілька порядків протягом одного періоду (рис.12). Показаний графік побудований для функції $x(t) = 1,0 \cdot \exp(-0,2 \cdot t) \cdot \sin t$. Перевірте самостійно, у якому співвідношенні знаходяться коефіцієнт загасання та власна частота коливань. Якщо $\omega_0 \leq \beta$, то процес перестає бути коливальним, його називають **аперіодичним**.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Коливальний контур складається індуктивності $L=4,5\text{Гн}$, активного опору та ємності. Виходячи з вигляду рівняння згасаючих коливань $U = 5 \cdot \exp(-0,025 \cdot t) \cdot \sin(3 \cdot 10^3 \pi \cdot t) \text{В}$, визначити активний опір, ємність та записати закон зміни струму у контурі.

Дано $L=4,5\text{Гн}$ $U_{\max}=5\text{В}$ $\omega=3 \cdot 10^3 \pi \text{ 1/с}$ $\beta=2,5 \text{ 1/с}$	З умови задачі видно, згасання системи мале ($\omega_o \gg \beta$), тому можна вважати що $\omega = \omega_o$, отже $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_o^2 \cdot L} = 2,52 \cdot 10^{-3} \text{Ф}$ З виразу (16) для коефіцієнта згасання знаходимо $\beta = \frac{R}{2L} \Rightarrow R = 2 \cdot \beta \cdot L = 22,5 \text{ Ом}$
$C=?$ $R=?$ $I(t)=?$	Виходячи з того, що згасання мале, скористаємось для першого періоду законом збереження енергії $\frac{\tilde{N}U_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2} \Rightarrow I_{\max} = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot U_{\max} = 2,36 \cdot 10^{-2} \text{А}$ Запишемо вираз для сили струму з числовими коефіцієнтами $I(t) = 2,36 \cdot 10^{-2} \exp(-2,5 \cdot t) \cdot \sin(3 \cdot 10^3 \pi \cdot t) \text{А}$

Приклад 2. Записати, за яким законом змінюється напруга на конденсаторі в коливальному контурі з індуктивністю 28мГн , ємністю $0,25\text{мкФ}$ та активним опором 450Ом . У початковий момент конденсатор зарядили до напруги 44В . Вважати, що початкова фаза дорівнює нулю.

Дано $L=28 \cdot 10^{-3}\text{Гн}$ $C=0,25 \cdot 10^{-6}\text{Ф}$ $R=450\text{Ом}$ $U_{\max}=44\text{В}$	У описаному контурі відбуваються згасаючі коливання, отже $X = X_{\max} \cdot \exp(-\beta \cdot t) \cdot \cos \omega t$ Визначимо коефіцієнт згасання для контуру $\beta = \frac{R}{2L} = 8 \cdot 10^3 \text{ 1/с}$
$U(t)=?$	Визначимо частоту коливань $\omega = \sqrt{\omega_o^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \beta^2}$ $\omega = \sqrt{1,43 \cdot 10^8 - 0,64 \cdot 10^8} = 8,88 \cdot 10^4 \text{ 1/с}$

Отримаємо функцію зміни напруги у такому вигляді

$$U(t) = 44 \cdot \exp(-8 \cdot 10^3 \cdot t) \cdot \cos(8,88 \cdot 10^4 t) \text{ В}$$

Задачі для самостійного розв'язання

- 4.31. Логарифмічний декремент згасання коливань математичного маятника становить 0,2. Знайти, у скільки разів зменшиться амплітуда коливань за одне повне коливання маятника.
- 4.32. Кулька масою 40 г підвішена на невагомому стержні довжиною 60 см. Система розпочинає коливання з амплітудою 5 см. Записати рівняння коливань точки, якщо коефіцієнт загасання дорівнює $0,02 \text{ с}^{-1}$. Чому дорівнює зменшення енергії системи за один період?
- 4.33. Тягарець масою 150 г, закріплений на пружині жорсткістю 70 Н/м, виконує горизонтальні коливання уздовж поверхні. Внаслідок дії сили тертя відбувається зменшення амплітуди, причому за повних 10 коливань амплітуда зменшилась від 2 см до 1 см. Виходячи з цих параметрів, записати закон $x(t)$ для тягарця.
- 4.34. Коливання описує функція $x = 5 \cdot \exp(-0,25 \cdot t) \cdot \sin(\pi \cdot t / 2)$ м. Знайти швидкість точки у моменти часу $0, T, 2T, 3T, 4T$.
- 4.35. Математичний маятник довжиною 0,5 м, який виведено з положення рівноваги, відхилився у першому періоді на 5 см, а у другому на 4 см. Знайти коефіцієнт загасання та час релаксації (час, за який амплітуда коливань зменшиться в e разів).
- 4.36. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 7 мкФ, котушки індуктивністю 0.23 Гн та опором 40 Ом. Початковий заряд на обкладинках конденсатора 560 мкКл. Знайти період коливань та логарифмічний декремент загасання контуру. Написати функції залежності від часу напруги між обкладинками конденсатора та сили струму в колі. Знайти функцій в моменти часу $T/2; T; 1,5 T; 2 T$.
- 4.37. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 0.2 мкФ, котушки індуктивністю 5 мГн та невідомим опором. Напруга між обкладинками конденсатора за 1 мс зменшується в 3 рази. Знайти опір контуру та логарифмічний декремент загасання.
- 4.38. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю 10 мГн, конденсатора ємністю 0.4 мкФ та опору 2 Ом. У скільки разів зменшиться напруга між обкладинками конденсатора за 1 період коливань?
- 4.39. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 2 нФ та котушки, намотаною мідним дротом діаметром 0.5 мм. Довжина каркаса котушки 20 см. Знайти логарифмічний декремент загасання коливань.
- 4.40. Ємність коливального контуру 1 нФ, індуктивність котушки 5 мГн. Логарифмічний декремент загасання дорівнює 0.005. За який час повна енергія контуру зменшиться в 100 разів?

Приклади тестових запитань

Тест 1. В коливальному контурі послідовно до опору включили ще один такий самий. При цьому коефіцієнт згасання

1. зросте в 2 рази
2. зросте в 4 рази
3. Не зміниться
4. зросте в $\sqrt{2}$ раз
5. зменшиться в 2 рази

Тест 2. В коливальному контурі паралельно до конденсатора включили ще один такий самий. Справедливо, що

1. частота зросте в 2 рази
2. коефіцієнт згасання зросте в 4 рази
3. декремент згасання зменшиться в $\sqrt{2}$ раз
4. період коливань зросте в $\sqrt{2}$ раз
5. всі перелічені вище параметри залишаться незмінними

Тест 3. Частота коливань реального коливального контуру залежить від

1. Амплітуди сили струму, індуктивності котушки, ємкості конденсатора
2. Індуктивності котушки, ємкості конденсатора та енергії конденсатора
3. Тільки індуктивності і ємкості конденсатора
4. Активного опору, ємкості конденсатора та індуктивності котушки

Тест 4. Виходячи з вигляду функції $I(t) = 5 \cdot \exp(-0,25 \cdot t) \cdot \sin \frac{\pi}{2} \cdot t$,

Визначити декремент згасання для коливального контуру

1. 5
2. 0,25
3. $\pi / 2$
4. 1
5. 0

Тест 5. Коефіцієнт згасання має розмірність

1. 1/м
2. Дж/с
3. 1/с
4. м/с²
5. безрозмірна величина

Тест 6. Логарифмічний декремент згасання має розмірність

1. 1/м
2. Дж/с
3. 1/с
4. м/с²
5. безрозмірна величина

Тест 7. Індуктивність в коливальному контурі збільшили в 2 рази. При цьому коефіцієнт згасання

1. зросте в 2 рази
2. зменшиться в 4 рази
3. Не зміниться
4. зросте в $\sqrt{2}$ раз
5. зменшиться в 2 рази

Тест 7. Ємкість конденсатора в контурі збільшили в 2 рази. При цьому коефіцієнт згасання

1. зросте в 2 рази
2. зменшиться в 4 рази
3. Не зміниться
4. зросте в $\sqrt{2}$ раз
5. зменшиться в 2 рази

4.3. Вимушені електромагнітні коливання

У коливальний контур (рис.13) підключена ЕРС, яка змінюється за гармонічним законом

$$E = E_o \cos \omega t . \quad (20)$$

У такому контурі відбуваються **вимушені коливання**.

Амплітуда струму у такому контурі визначається як

$$I_o = \frac{E_o}{Z} . \quad (21)$$

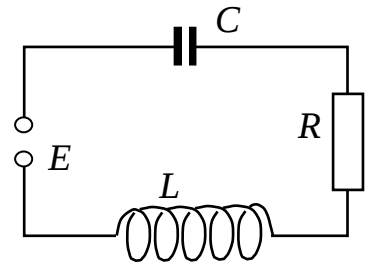


Рис.13

Величину Z називають **повним опором контуру**, вона залежить від типу підключення елементів контуру.

Послідовне підключення (рис.13)	$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	(22)
Паралельне підключення	$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$	(23)

Складові повного опору називають $R_c = 1/\omega C$ – ємнісний опір, $R_L = \omega L$ – індуктивний опір коливального контуру.

При зміні частоти ЕРС, може реалізуватися ситуація, коли обидві складові мають однакове значення, і вираз у дужках дорівнює нулю. Розв'язання рівняння $\omega L - 1/\omega C = 0$ дає що

$$\omega_{рез} = \omega_o = 1/\sqrt{LC} , \quad (24)$$

тобто частота зовнішньої сили дорівнює власній частоті коливального контуру. Явище, що виникає при такій умові, називають **резонансом**.

У послідовному коливальному контурі при виконанні умови (24) опір Z приймає мінімальне значення, і амплітуда сили струму набуває максимальної величини (**резонанс напруг**). У паралельному коливальному контурі при виконанні умови (24) опір Z приймає максимальне значення, і амплітуда сили струму спадає до мінімальної величини (**резонанс струмів**).

Звернемо увагу, що в разі вимушених коливань частота визначається виключно частотою зовнішньої сили (тобто ЕРС) і не залежить від власної частоти контуру.

Амплітуда вимушених коливань залежить від амплітуди зовнішньої сили, співвідношенням між власною частотою контуру та частотою зовнішньої сили, а також від коефіцієнта згасання для даного контуру.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Коливальний контур складається індуктивності $L=4,5$ Гн та конденсатора. Якою має бути його ємність, щоб спостерігати резонанс на частоті $\nu = 3 \cdot 10^3$ Гц.

Дано	Щоб спостерігалось явище резонансу, необхідно, щоб виконувалось співвідношення
$L=4,5$ Гн	$\omega_{рез} = \omega_o = 1/\sqrt{LC}$
$\nu = 3 \cdot 10^3$ Гц	
$C = ?$ $R = ?$	Враховуючи, що циклічна та лінійна частота зв'язані
$I(t) = ?$	$\omega = 2\pi \cdot \nu$, отримаємо

$$\tilde{N} = \frac{1}{\omega_o^2 \cdot L} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot L} = 6,30 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$$

Приклад 2. В колі змінного струму паралельно до джерела напруги включений опір 320 Ом, індуктивність 16 мГн та ємність 0,25 мкФ. На якій частоті буде спостерігатися мінімальне значення амплітуда струму в колі? Чому дорівнює амплітуда сили струму при резонансі, якщо амплітуда напруги становить 22 В?

Дано	Знайдемо резонансу частоту
$L = 16 \cdot 10^{-3}$ Гн	$\omega_{\delta\alpha\zeta} = \omega_o = 1/\sqrt{LC} = 0,158 \cdot 10^5$ 1/с
$C = 0,25 \cdot 10^{-6}$ Ф	Для визначення сили струму скористаємося формулою (21)
$R = 320$ Ом	$I_{max} = \frac{U_{max}}{Z} = \frac{U_{max}}{R}$
$U_{max} = 22$ В	
$\omega_{\delta\alpha\zeta} = ?$	При перетвореннях врахували, що в умовах резонансу повний опір дорівнює активному опорі контуру, тому що реактивні складові дають нуль.
$I_{max} = ?$	Виконуючи розрахунки, отримаємо $I_{max} = 68,75$ А

Приклад 3. В коливальному контурі послідовно з'єднані опір 56 Ом, індуктивність 12 мГн та ємність 2,8 мкФ. На резонансній частоті амплітуда сили струму дорівнює 2,5 А. Якою буде амплітуда сили струму, на частоті вдвічі більшій за резонансну?

Дано	Знайдемо резонансу частоту $\omega_{\delta\alpha\zeta} = 1/\sqrt{LC} = 0,55 \cdot 10^4$ 1/с
$L = 12 \cdot 10^{-3}$ Гн	Для визначення сили струму скористаємося формулою (21)
$C = 2,8 \cdot 10^{-6}$ Ф	$I_{max} = \frac{U_{max}}{Z}$
$R = 56$ Ом	
$I_{\delta\alpha\zeta} = 2,5$ А	
$I_{max} = ?$	Щоб знайти амплітуду прикладеної напруги, скористаємося тим, що в умовах резонансу $Z = R$ отже

$$U_{max} = I_{\delta\alpha\zeta} \cdot R = 140 \text{ Å}$$

Визначимо опір контура на частоті $2 \cdot \omega_{\delta\alpha\zeta} = 1,1 \cdot 10^4 \text{ 1/c}$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega \tilde{N}})^2} = 114,6 \text{ Ĥ}$$

$$\text{Виконуючи розрахунки отримаємо } I_{max} = \frac{U_{max}}{Z} = 1,22 \text{ Å}$$

Задачі для самостійного розв'язання

- 4.41. В коло змінного струму з напругою 220 В і частотою 50 Гц увімкнено послідовно ємність 3 мкФ, активний опір 10 Ом, індуктивність 0,07 Гн. При якій частоті коливань буде спостерігатися явище резонансу? Чому дорівнює амплітуда сили струму при резонансі?
- 4.42. Конденсатор ємністю 1 мкФ і активний опір 3000 Ом увімкнуті в коло змінного струму з частотою 50 Гц. Індуктивністю контуру можна знехтувати. Знайти повний опір кола, якщо конденсатор і активний опір з'єднані а) послідовно, б) паралельно.
- 4.43. Конденсатор ємністю 20 мкФ і активний опір 150 Ом увімкнені послідовно в коло змінного струму частотою 50 Гц. Яку частину напруги, що прикладається до всього кола, складає напруга на конденсаторі та активному опорі?
- 4.44. В коло змінного струму з напругою 220 В і частотою 50 Гц увімкнено послідовно ємність 35,4 мкФ, активний опір 100 Ом, індуктивність 0,7 Гн. Знайти силу струму у ланцюгу і падіння потенціалу на кожному елементі.
- 4.45. Конденсатор і електрична лампа з'єднані послідовно та увімкнені в коло змінного струму напругою 440 В і частотою 50 Гц. Яку ємність повинен мати конденсатор, щоб через лампу протікав електричний струм силою 0,5 А, а напруга на лампі дорівнювала 110 В?
- 4.46. Два конденсатора ємністю 0,2 мкФ та 0,1 мкФ увімкнені послідовно в коло змінного струму напругою 220 В і частотою 50 Гц. Знайти силу струму в колі; напругу на першому та другому конденсаторі
- 4.47. Котушка довжиною 50 см і площею перетину 10 см^2 містить 3000 витків. Вона увімкнута в коло змінного струму з частотою 50 Гц. Знайти активний опір котушки, якщо зсув фаз між напругою і силою струму складає 60° .
- 4.48. Обмотка котушки складається з 500 витків мідного дроту діаметром 1 мм. Довжина каркаса котушки 50 см, діаметр – 5 см. При якій частоті

змінного струму повний опір цієї котушки в 2 рази більший її активного опору?

- 4.49. Індуктивність 23 мГн і активний опір увімкнено послідовно у ланцюг змінного струму з частотою 50 Гц. Визначити величину активного опору, якщо зсув фаз між напругою і струмом становить 60° .
- 4.50. Котушка індуктивністю 23 мГн та активний опір з'єднані паралельно та увімкнені в коло змінного струму частотою 50 Гц. Знайти активний опір, якщо зсув фаз між напругою і струмом 60° .
- 4.51. Два конденсатора ємністю 0.4 мкФ та 0.8 мкФ увімкнені паралельно і приєднані послідовно до котушки індуктивності 40 мГн і активного опору 20 Ом. Коло змінного струму має напругу 220 В і частоту 50 Гц. Знайти силу струму в колі; напругу на конденсаторах, котушці індуктивності, активному опорі. Знайти також зсув фаз між напругою та силою струму в контурі.
- 4.52. До кола змінного струму з ЕРС = 220 В увімкнуті послідовно ємність, активний опір та індуктивність. Знайти падіння напруги на кожному з елементів, якщо виконуються співвідношення $U_C = 2U_R$ та $U_L = 3U_R$.

Приклади тестових запитань

Тест 1. В послідовному коливальному контурі при резонансній частоті максимальне значення приймають такі параметри

1. період коливань, амплітуда сили струму
2. частота коливань і декремент згасання
3. амплітуда сили струму та напруга на конденсаторі
4. тільки амплітуда сили струму

Тест 2. В послідовному коливальному контурі при резонансній частоті

1. опір - min, амплітуда сили струму – max
2. опір - min, амплітуда сили струму – min
3. опір - max, амплітуда сили струму – max
4. опір - max, амплітуда сили струму – min

Тест 3. В коливальному контурі, якщо $\omega > \omega_0$

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1. $R > Z$ і $R_C > R_L$ | 3. $R = Z$ і $R_C < R_L$ |
| 2. $Z > R$ і $R_C < R_L$ | 4. $R = Z$ і $R_C = R_L$ |

Тест 4. В коливальному контурі, якщо $\omega = \omega_0$

- | | |
|------------------------------|--------------------------|
| 1. $R = Z$ і $R_C = R_L = 0$ | 3. $R = Z$ і $R_C < R_L$ |
| 2. $Z > R$ і $R_C < R_L$ | 4. $R = Z$ і $R_C = R_L$ |

РОЗДІЛ 5. КВАНТОВО-ОПТИЧНІ ЯВИЩА

5.1. Квантова природа світла. З точки зору квантових уявлень світловий пучок – це потік квантів енергії, **фотонів**, для характеристики яких використовують такі фізичні величини:

$$\text{енергія} \quad \varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (1)$$

$$\text{маса} \quad m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (2)$$

$$\text{імпульс} \quad p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (3)$$

У формулах (1-3) λ – довжина, ν – частота світлової хвилі; $c=3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі; $h=6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка.

У відповідності до **гіпотези де-Бройля**, потік елементарних частинок масою m , які рухаються зі швидкістю v і мають кінетичну енергію E , проявляє властивості плоскої хвилі, довжина якої

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2E \cdot m}}. \quad (4)$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Імпульс кванта світла дорівнює $4 \cdot 10^{-21}$ кг·м/с. Знайти довжину хвилі, енергію та масу цього кванта.

Дано $p = 4 \cdot 10^{-21}$ кг·м/с	З наведеного переліку скористаємося формулою (3)
	$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$
$\lambda = ? \quad E = ? \quad m = ?$	Як видно, $\varepsilon = h\nu = p \cdot c = 1,2 \cdot 10^{-12}$ Дж
	далі $m = \frac{p}{c} = 1,33 \cdot 10^{-21}$ кг
	і також $\lambda = \frac{h}{p} = 1,66 \cdot 10^{-13}$ м

Приклад 2. Протон пройшов прискорюючу напругу 2 кВ. Знайти для такого протона довжину хвилі де Бройля.

Дано $U = 2 \cdot 10^3$ В	Пройшовши прискорюючу різницю потенціалів, протон отримав кінетичну енергію
	$\frac{m \cdot v^2}{2} = e \cdot U = 3,2 \cdot 10^{-16}$ Дж
$\lambda = ?$	Далі користуючись формулою (4) визначимо довжину хвилі
	$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2E \cdot m}} = 3,202 \cdot 10^{-16}$ м

Задачі для самостійного розв'язання

- 5.1. Визначити енергію, масу та імпульс фотона, якому відповідає довжина хвилі $1,6 \cdot 10^{-12}$ м.
- 5.2. Яку швидкість повинен мати електрон, щоб його **імпульс** дорівнював імпульсу фотона з довжиною хвилі 520 нм?
- 5.3. Яку швидкість повинен мати електрон, щоб його **енергія** дорівнювала енергії фотона з довжиною хвилі 520 нм?
- 5.4. Якою повинна бути довжина хвилі фотона, щоб його маса дорівнювала масі спокою електрона? Маса спокою електрона $9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.
- 5.5. Імпульс кванта світла дорівнює $4 \cdot 10^{-21}$ кг м/с. Знайти частоту та довжину хвилі цього кванта.
- 5.6. Знайти довжину хвилі де-Бройля для електрона, що має швидкість 10^8 см/с; б) кульки масою 1 г, яка рухається із швидкістю 1 см/с.
- 5.7. Знайти імпульс та швидкість електрона, якщо довжина хвилі де Бройля для нього дорівнює 0.25 нм.
- 5.8. Кінетична енергія електрона 2 кеВ. Знайти довжину хвилі де Бройля
- 5.9. Потік α -частинок прискорюють різницею потенціалів 300 кВ. Чому дорівнює довжина хвилі де Бройля для такого потоку?
- 5.10. Протон пройшов прискорюючу напругу 2 кВ. Знайти для такого протона енергію, імпульс та довжину хвилі де Бройля.

Приклади тестових запитань

Тест 1. При переході від інфрачервоного випромінювача до випромінювача у видимій частині спектру довжина хвилі зменшилась вдвічі. При цьому маса випромінюваних квантів

1. зростає в 2 рази;
2. зменшується в 2 рази;
3. зростає в 4 рази,
4. зменшується в 4 рази

Тест 2. В експерименті використовують випромінювачі рентгенівського та ультрафіолетового випромінювання. Справедливо, що

1. імпульс рентгенівського кванту більший
2. імпульс рентгенівського кванту менший
3. імпульси обох квантів однакові
4. для квантів рентгенівського діапазону не використовують поняття імпульс

Тест 3. Частота випромінювання монохроматичного випромінювача зростає в 2 рази. Енергія випромінених квантів

1. зросте в 2 рази
2. зменшиться в 4 рази
3. зросте в $\sqrt{2}$ раз
4. зменшиться в 2 рази

5.2. Теплове випромінювання. Будь яке тіло, розігріте до температури вище абсолютного нуля, випромінює електромагнітну енергію. Параметром, що характеризує випромінювання тіла є **спектральна випромінювальна здатність (або спектральна густина енергетичної світності)**

$$r_{\lambda} = \frac{dE}{d\lambda} \cdot \frac{1}{\Delta t \cdot \Delta S}, \quad (5)$$

тобто кількість енергії, що випромінюється за одиницю часу з одиниці поверхні у даному одиничному діапазоні довжин хвиль.

У відповідності до **гіпотези Планка**, світло (електромагнітна енергія) випромінюється у вигляді квантів, причому ймовірність висвітлення кванту з певною енергією визначається абсолютною температурою тіла T . Функція r_{λ} деякою мірою характеризує вказану ймовірність і має вигляд

$$r_{\lambda} = \frac{2\pi \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp(hc / kT \cdot \lambda) - 1} \quad (6)$$

На рис.16 схематично показано хід спектральних кривих абсолютно чорного тіла при двох температурах, ($T_1 > T_2$). Максимум кривої визначають два параметри: λ_{max} – довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності, та $r_{\lambda max}$ – величина максимуму кривої. Зміну цих параметрів при зміні температур тіла описують закони Віна.

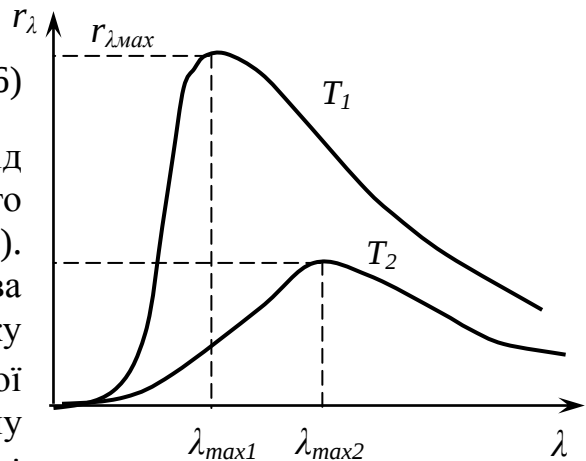


Рис.16

I закон Віна (закон зміщення): При зростанні температури положення максимуму зміщується в область більш коротких довжин хвиль, причому λ_{max} зменшується обернено пропорційно першій ступіні абсолютної температури тіла

$$\lambda_{max} = \frac{b_1}{T}, \quad b_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}. \quad (7)$$

II закон Віна: При зростанні температури максимальне значення спектральної світності зростає пропорційно п'ятій ступіні абсолютної температури

$$r_{\lambda max} = b_2 \cdot T^5, \quad b_2 = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м}^3 \cdot \text{К}^5. \quad (8)$$

Інтегральна енергетична світність тіла визначається як $R = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda$ і

характеризує енергію, що випромінюється з одиниці поверхні тіла за одиницю часу, тобто

$$R = \frac{E}{\Delta t \cdot \Delta S}, \quad \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}. \quad (9)$$

Згідно закону Стефана–Больцмана, для абсолютно чорного тіла його інтегральна енергетична світність зростає пропорційно четвертому ступеню абсолютної температури

$$R = \sigma \cdot T^4, \quad (10)$$

($\sigma = 5,68 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$) – універсальна фізична стала.

Для **реальних** (так званих, **сірих**) тіл енергетична світність менша, і в закон Стефана–Больцмана вводять параметр ε – ступінь чорноти тіла, тому

$$R = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4. \quad (11)$$

(Звернемо увагу, що ε завжди менше одиниці, і може залежати від температури).

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Знайти, яку кількість енергії з 2 см^2 за 12 с випромінює абсолютно чорне тіло, якщо відомо, що максимум спектральної світності припадає на довжину хвилі $577,0 \text{ нм}$.

Дано

$$\Delta t = 12 \text{ с}$$

$$\Delta S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$\lambda = 5,77 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$E = ?$$

Для визначення енергії скористаємось формулою (9)

$$R = \frac{E}{\Delta t \cdot \Delta S} \Rightarrow E = R \cdot \Delta S \cdot \Delta t$$

Енергетичну світність визначимо з закону Стефана–Больцмана

$$R = \sigma \cdot T^4.$$

Температуру тіла визначає закон зміщення Віна

$$\lambda_{\max} = \frac{b_1}{T} \Rightarrow T = \frac{b_1}{\lambda_{\max}}$$

Зведемо всі вирази в одну формулу і отримаємо розв'язання задачі у загальному вигляді

$$E = \sigma \cdot \left(\frac{b_1}{\lambda_{\max}} \right)^4 \Delta S \cdot \Delta t$$

Підставимо чисельні значення та отримаємо

$$E = 87,3 \text{ Дж}$$

Приклад 2. Початкова температура тіла 150°C . Визначити, на скільки потрібно підвищити температуру абсолютно чорного тіла, щоб потік випромінювання збільшився в 5 разів?

Дано

$$T = (273 + 150) \text{ К}$$

$$N_2 = 5 \cdot N_1$$

$$\Delta T = ?$$

Потік випромінювання має іншу назву - потужність теплового випромінювання, тобто

$$N = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow N = R \cdot \Delta S$$

Скористаємось законом Стефана–Больцмана

$$R = \sigma \cdot T^4 \Rightarrow N = \sigma \cdot T^4 \cdot \Delta S .$$

Складемо відношення потоків для двох температур відповідно до умови задачі

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\sigma \cdot T_2^4 \cdot \Delta S}{\sigma \cdot T_1^4 \cdot \Delta S} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 = 5$$

З отриманої пропорції визначимо нову температуру

$$T_2 = \sqrt[4]{5} \cdot T_1 = 1,495 \cdot 423 = 632,4 \text{ K}$$

Тепер знайдемо, на скільки підвищена температура

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 209,4 \text{ K}$$

Задачі для самостійного розв'язання

- 5.10. Яку кількість енергії випромінює за одну секунду один квадратний сантиметр свинцю, якщо його розігріто до температури плавлення? Ступінь чорноти дорівнює 0,6. Температура плавлення становить 323 °С.
- 5.11. Початкова температура тіла 150 °С. Визначити, на скільки потрібно підвищити температуру абсолютно чорного тіла, щоб потік випромінювання збільшився в 5 разів?
- 5.12. Визначити кількість теплоти, що втрачається поверхнею розплавленої платини при температурі 1770 °С за 1 хвилину, якщо площа поверхні 100 см². Коефіцієнт поглинання прийняти рівним 0.8.
- 5.13. Визначити потужність випромінювання Сонця, якщо максимум випромінювальної здатності відповідає довжині хвилі 0.48 мкм. Радіус Сонця вважати рівним 6,5×10⁵ км.
- 5.14. Сталева болванка, температура якої 570 °С, випромінює за 2 хвилини енергію 6 кДж з поверхні площею 25 см². Визначити відношення енергетичної світимості цього тіла та абсолютно чорного тіла при такій самій температурі.
- 5.15. Металева поверхня розігріта до температури 2500 К. Відомо, що з 10 см² цієї поверхні за одну хвилину випромінюється енергія 4·10⁴ Дж. Знайти ступінь чорноти цієї поверхні. Визначити, енергетичну світимість (випромінювання) цієї поверхні, якщо вона була абсолютно чорною.
- 5.16. Спіраль в електричній лампочці виконана з вольфрамового дроту діаметром 0,3 мм та довжиною 5 см. По ній тече струм силою 0,25 А при напрузі 127 В. Знайти температуру спіралі, якщо вся електрична потужність перетворюється на світловий потік. Ступінь чорноти 0,31.
- 5.17. Знайти, яку кількість енергії з 1 см² за 1 с випромінює абсолютно чорне

тіло, якщо відомо, що максимум спектральної світимості припадає на довжину хвилі 484,0 нм.

- 5.18. На яку довжину хвилі припадає максимум випромінювальної здатності, якщо температура абсолютно чорного тіла дорівнює 750°C ? У скільки разів зростає потік випромінювання, якщо температура збільшується на 1200°C ? Якою буде довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювальної здатності при збільшенні температури?
- 5.19. Збільшення температури абсолютно чорного тіла призвело до зміщення максимуму спектральної світимості тіла з 0,69 мкм до 0,50 мкм. У скільки разів збільшилась за таких умов енергетична світимість тіла?
- 5.20. Температура абсолютно чорного тіла змінилась від 1000 К до 3000 К. У скільки разів збільшилась енергетична світимість цього тіла? На скільки змінилась довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної світимості? У скільки разів збільшилась максимальна спектральна світимість цього тіла?
- 5.21. Обігрівач представляє собою керамічну поверхню площиною $0,85\text{ м}^2$, розігріту до температури 80°C . Температура повітря у приміщенні стаціонарно підтримується на рівні 20°C . Яку електричну потужність споживає нагрівач?
- 5.22. У сосуді Дюара знаходиться рідкий азот при температурі -196°C . Який тепловий потік спрямований до рідни через стінку сосуда, якщо температура повітря навколишнього середовища 10°C . Сосуд вважати сферою діаметром 50 см, коефіцієнт поглинання для його поверхні прийняти рівним 0,015.

Приклади тестових запитань

Тест 1. Температура розжареного тіла зростає в 2 рази. За таких умов енергетична світимість зростає

1. в 4 рази; 2. в 6 разів; 3. в 12 разів, 4. в 16 разів

Тест 2. В експерименті для двох розжарених тіл виявили, що максимуми спектральних кривих лежать на довжинах хвиль $\lambda_1=400\text{ нм}$ $\lambda_2=600\text{ нм}$. Співвідношення між температурами може бути

1. $T_1 = 0,5 \cdot T_2$ 2. $T_1 = 1,5 \cdot T_2$ 3. $T_1 = 2 \cdot T_2$
4. $1,5 \cdot T_1 = T_2$ 5. $2 \cdot T_1 = T_2$

Тест 3. При підвищенні температури розжареного тіла зростає

1. тільки кількість випромінюваних квантів
2. тільки доля квантів високої енергії
3. одночасно обидва параметри
4. Усі відповіді помилкові

5.3. Взаємодія світлового потоку з перешкодою

5.3.1. Світловий тиск. Розповсюдження світлового пучка – це потік квантів світла, кожний з яких має імпульс, значення якого визначає формула (3). При падінні кожного кванту на поверхню він змінює свій імпульс, і, як наслідок, поверхня отримує певний імпульс. Сумарна дія всіх квантів, що падають на поверхню, зумовлюють дію світлового тиску на цю поверхню. Якщо світловий пучок падає нормально на поверхню, на неї діє **тиск світла** P , і його величина визначається як

$$P = \frac{I}{c} \cdot (1 + \rho), \quad (12)$$

ρ - коефіцієнт відбиття світла. У випадку дзеркальної поверхні $\rho = 1$; якщо поверхня повністю поглинає світло (абсолютно чорна), то $\rho = 0$. Величину I називають **густиною потоку енергії** (або **інтенсивністю світла**); вона характеризує енергію випромінювання, що падає на одиницю поверхні тіла за одиницю часу, тобто

$$I = \frac{E}{\Delta t \cdot \Delta S}, \quad \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}. \quad (13)$$

(Якщо порівняти формули (9) і (13), видно, що величини I і R мають практично однаковий фізичний сенс).

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Монохроматичний пучок світла з довжиною хвилі 640 нм падає нормально на поверхню. Величина тиску цього пучка дорівнює $5 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}^2$. Яка кількість квантів світла падає щосекунди на одиницю площини цієї поверхні? Коефіцієнт відбиття дорівнює 0,25.

Дано	Інтенсивність світла визначає формула (9), у якій повна енергія складається з сумарної енергії всіх квантів, тобто
$\rho = 0,25$	
$P = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}^2$	$I = \frac{E}{\Delta t \cdot \Delta S} = \frac{h \cdot c \cdot N}{\lambda \cdot \Delta t \cdot \Delta S}$
$\lambda = 6,40 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	
$\Delta t = 1 \text{ с}$	Підставимо цей вираз у формулу (12) для тиску і
$\Delta S = 1 \text{ м}^2$	отримаємо
$N = ?$	$P = \frac{I}{c} \cdot (1 + \rho) = \frac{h \cdot N \cdot 1,25}{\lambda \cdot \Delta t \cdot \Delta S} \Rightarrow$

$$N = \frac{1,25 \cdot P \cdot \lambda \cdot \Delta t \cdot \Delta S}{h} = 6,04 \cdot 10^{22}$$

Звернемо увагу, що у теоретичному вступі йшла мова тільки про ідеальні поверхні: абсолютно чорну з коефіцієнтом відбиття $\rho = 0$ і дзеркальну ($\rho = 1$). У даній задачі розглянута реальна поверхня, яка частково поглинає і частково відбиває випромінювання.

Приклад 2. Імпульсна лампа на поверхню площиною 45 см^2 протягом $2,5 \text{ мс}$ випромінює 43 мДж світлової енергії. Визначити величину світлового тиску, вважаючи поверхню абсолютно чорною.

<i>Дано</i> $\rho = 0$ $E = 43 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$ $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ $\Delta S = 45 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ $P = ?$	Скористаємося формулою (12) для тиску світла $P = \frac{I}{c} \cdot (1 + \rho)$ Інтенсивність світла визначає формула (13), $I = \frac{E}{\Delta t \cdot \Delta S}$ Зведемо обидва вирази і отримаємо розрахункову формулу для світлового тиску
--	--

$$P = \frac{E}{c \cdot \Delta t \cdot \Delta S} = 1,27 \cdot 10^{-5} \text{ Па}$$

Задачі для самостійного розв'язання

- 5.25. Визначити тиск на чорну поверхню, який утворюється світлом із довжиною хвилі 620 нм , якщо за 2 хвилини на 2 см^2 поверхні падає $6 \cdot 10^{19}$ фотонів.
- 5.26. Визначити силу світлового тиску на дзеркальну поверхню площею 90 см^2 , якщо інтенсивність світлового потоку, що падає нормально на цю поверхню, дорівнює $2,5 \text{ кВт/м}^2$.
- 5.27. Знайти тиск світла на стінки електричної лампочки потужністю 100 Вт . Колба лампочки являє собою сферу радіусом 8 см . Стінки лампочки відбивають 30% падаючого на них світла. Вважати, що вся електрична потужність йде на випромінювання.
- 5.28. Знайти тиск світла на стінки електричної 100-ватної лампочки. Колбу лампи вважати сферичним сосудом радіусом 5 см . Стінки лампи відбивають 4% і пропускають 6% падаючого світла. Вважати, що вся електрична потужність йде на випромінювання.
- 5.29. На поверхню площиною 100 см^2 кожної хвилини падає 63 Дж світлової енергії. Визначити величину світлового тиску для абсолютно чорної та дзеркальної поверхонь.
- 5.30. Монохроматичний пучок світла з довжиною хвилі 490 нм падає нормально на поверхню. Величина тиску цього пучка дорівнює $5 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}^2$. Яка кількість квантів світла падає щосекунди на одиницю площини цієї поверхні? Коефіцієнт відбиття дорівнює $0,25$.
- 5.31. Тіло розігріте до температури 2000 К і створює плоскопаралельний пучок світла, спрямований на чорну поверхню. Визначити, чому дорівнює світловий тиск на цю поверхню.

5.3.2. Зовнішній фотоефект. Квант світла, який упав на металеву поверхню, може вирвати з неї електрон. Це явище називають фотоефектом. Закон збереження енергії у цьому явищі виражає **формула Ейнштейна**

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}, \quad (14)$$

у якій $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг – маса електрона, v – його швидкість. Параметр A називають **роботою виходу** електрону з металу, вона характеризує глибину потенціальної ями, у якій знаходиться електрон в металі (рис.17).

Фотоефект можна спостерігати, якщо енергія кванта світла перевищує роботу виходу електрону з металу, тобто $h\nu > A_1$ (рис.17, а). Якщо виконується зворотна нерівність $h\nu < A_2$, енергії кванта не вистачає для вильоту електрону з металу, і фотоефект не відбувається (рис.17, б).

Граничне значення частоти ν_0 , або довжини хвилі λ_0 , при яких фотоефект стає можливим, називають **червоною границею** фотоефекту. Ці параметри визначають із співвідношень

$$h\nu_0 = A, \quad \text{або} \quad h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = A. \quad (15)$$

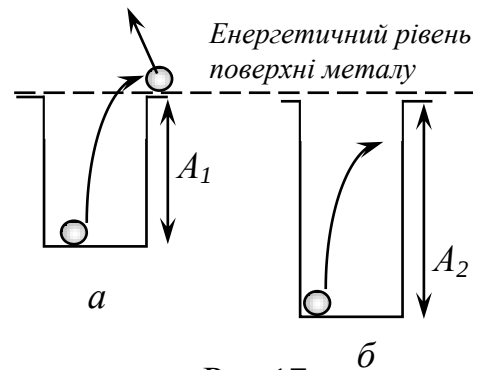


Рис.17

Електронний прилад, у якому реалізують явище зовнішнього фотоефекту називають **фотоелементом**. Фотоелемент – це вакуумна лампа, у якій **катод** (–) представляє собою металізовану активовану поверхню, з якої потік світлових квантів вириває електрони. **Анод** (+) спрямовує потік вирваних електронів, а величина анодного потенціалу обумовлює швидкість електронного потоку і величину фотоструму.

Зменшити швидкість електронів між катодом і анодом можна, якщо прикласти зворотну різницю потенціалів: «+» на металеву поверхню – катод, а «–» на анод. Різницю потенціалів, при якій виліт електронів повністю припиняється і фотострум дорівнює нулю, називають **затримуючою**. При цьому вираз (15) набуває вигляду

$$h\nu = A + eU, \quad (16)$$

де $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд електрону.

Робота виходу електронів для деяких металів має такі значення

Назва	вольфрам	платина	срібло	літій	натрій	калій	цезій
	W	Pt	Ag	Li	Na	K	Cs
A , eV	4,5	5,3	4,74	2,4	2,3	2,0	1,9

Зауваження! При розв'язанні задач необхідно роботу виходу перевести в Дж.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Червона границя фотоэффекта для деякого металу дорівнює 275,0 нм. Визначити максимальну швидкість та кінетичну енергію електронів, яких вирвано з цього металу квантами світла з довжиною хвилі 145 нм.

Дано $\lambda_0 = 2,75 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $\lambda = 1,45 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	Скористаємося формулою Ейнштейна (14), що зв'язує енергетичні параметри квантів світла та фотоелектронів $h \cdot \frac{c}{\lambda} = A + \frac{mv^2}{2}$
$E_{\text{еэ}} = ? \quad v = ?$	Роботу виходу зв'яжемо з червоною границею $A = \frac{h \cdot c}{\lambda} = 7,22 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ Виходячи з рівняння Ейнштейна, отримаємо $E_{\text{еэ}} = \frac{mv^2}{2} = h \cdot \frac{c}{\lambda} - A = 13,7 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ $v = \sqrt{2 \cdot A_{\text{еэ}} / m} = 4,05 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$

Приклад 2. На поверхню калію падає квант світла з довжиною 570 нм. Чому дорівнює кінетична енергія фотоелектрону та затримуючий потенціал?

Дано $A = 2,0 \text{ еВ}$ $\lambda = 5,70 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	Перед розв'язанням задачі визначимо величину роботи виходу у Джоулях $A = 2,0 \text{ еВ} = 2,0 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ Далі скористаємося формулою Ейнштейна (14) $h \cdot \frac{c}{\lambda} = A + \frac{mv^2}{2}$ Визначимо кінетичну енергію
$E_{\text{еэ}} = ? \quad v = ?$	$E_{\text{еэ}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} - A = 3,48 \cdot 10^{-19} - 3,20 \cdot 10^{-19} = 0,28 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$

Різниця потенціалів, при якій виліт електронів повністю припиняється і фотострум дорівнює нулю, задовольняє рівності

$$e \cdot U = \frac{mv^2}{2}$$

В результаті отримаємо $U = E_{\text{еэ}} / e = 0,175 \text{ В}$.

Звернемо увагу: якщо в задачі не поставлене питання про кінетичну енергію електрону, можна безпосередньо скористатися формулою Ейнштейна у вигляді (16).

Задачі для самостійного розв'язання

- 5.32. Довжина хвилі світла, що відповідає червоній межі фотоефекту, для деякого металу дорівнює 350 нм. Знайти мінімальну енергію фотона, що викликає фотоефект.
- 5.33. Знайти червону границю фотоефекта для літію, натрію, калію і цезію.
- 5.34. Червона межа фотоефекта для літію дорівнює 520 нм. Знайти роботу виходу електрона з поверхні літію. Визначити кінетичну енергію і швидкість фотоелектрона, якщо опромінення літійового фотокатода проводиться фіолетовими променями з довжиною хвилі 450 нм.
- 5.35. Червона границя фотоефекта для деякого металу дорівнює 275,0 нм. Знайти роботу виходу електрона із цього металу. Визначити максимальну швидкість та кінетичну енергію електронів, яких вирвано з цього металу квантами світла з довжиною хвилі 180 нм.
- 5.36. Знайти частоту світла, який вириває з поверхні металу електрони, які повністю затримуються потенціалом 3 В. Частота, яка відповідає червоній границі фотоефекта становить $6 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$. Знайти роботу виходу електрона з цього металу.
- 5.37. Знайти величину затримуючого потенціалу для фотоелектронів, які вириваються з калію, якщо його освітлюють світлом з довжиною хвилі 330 нм.
- 5.38. За результатами експерименту відомо, електрони, які вирвано з поверхні металу світлом з частотою $2,2 \cdot 10^{15} \text{ 1/с}$ повністю затримуються потенціалом 6,6 В; якщо частота світла становить $4,6 \cdot 10^{15} \text{ 1/с}$, то необхідно прикласти зворотний потенціал величиною 16,5 В. Визначити з цих даних величину сталої Планка. З якого металу виготовлено поверхню катода використаного фотоелемента?
- 5.39. Фотон із довжиною хвилі 300 нм вириває з поверхні деякого металу фотоелектрон, кінетична енергія котрого 3 еВ. Визначити роботу виходу електрона з металу і червону межу фотоефекта.
- 5.40. Фотони з енергією 4.9 еВ виривають електрони з металу, для якого робота виходу становить 4.5 еВ. Знайти максимальний імпульс, переданий поверхні металу при вильоті кожного електрона.
- 5.41. Знайти затримуючу різницю потенціалів для електронів, що вириваються при освітленні натрію світлом із довжиною хвилі 400 нм. Робота виходу електрона з натрію 2.3 еВ.
- 5.42. Визначте сталу Планка (вважаючи її невідомою) та роботу виходу електрона з поверхні деякого металу, якщо фотоелектрони, які вириваються світлом довжиною хвилі 0.14 мкм, повністю затримуються напругою 6.6 В, а фотоелектрони, які вириваються світлом довжиною хвилі 65 нм, повністю затримуються напругою 16, 5 В.

5.3.3. Ефект Комптону. Пружне розсіяння квантів короткохвильового випромінювання (рентгенівських променів) на вільних електронах речовини називають ефектом Комптону. У такій взаємодії падаючий квант світла надає кінетичної енергії вільному електрону (рис.18). Пружність взаємодії означає, що **виконується закон збереження енергії**, який у даній ситуації має вигляд

$$m_0 c^2 + h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = m c^2 + h \cdot \frac{c}{\lambda_2}. \quad (17)$$

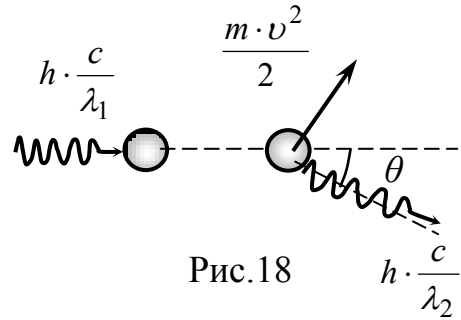


Рис.18

У цьому виразі $m_0 c^2$ – повна енергія електрону, що знаходиться у спокої, $m \cdot c^2$ – енергія електрону після зіткнення з квантом (енергія **електрону віддачі**). Різниця цих величин дає **кінетичну енергію електрону**, яку він отримав внаслідок взаємодії з квантом світла, отже

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot c^2 - m_0 c^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda_1} - h \cdot \frac{c}{\lambda_2} \quad (18)$$

Очевидно, що енергія падаючого кванта більша за енергію перевипроміненого кванта, отже, внаслідок ефекту Компотна відбувається **збільшення довжини хвилі** потоку електромагнітного випромінювання. Різницю (приріст довжини хвилі) $\lambda_2 - \lambda_1$ визначає вираз

$$\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_0 \cdot c} (1 - \cos \theta), \quad (19)$$

θ – кут розсіяння, m_0 – маса спокою електрону, c – швидкість світла.

Величину $h/(m_0 c) = 2,426$ пм називають комптонівською довжиною хвилі електрону.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Фотон з довжиною хвилі 3,25 пм в результаті ефекту Комптона було розсіяно на кут 135° . Визначити енергію електрона віддачі.

Дано $\lambda_1 = 3,25 \cdot 10^{-12}$ м $\theta = 135^\circ$	Скористаємося формулою (18) у спрощеному варіанті
$E_{\text{вд}} = ?$	$E_{\text{вд}} = h \cdot \frac{c}{\lambda_1} - h \cdot \frac{c}{\lambda_2}$ $\Delta \lambda = \frac{h}{m_0 \cdot c} (1 - \cos \theta) = 4,12 \cdot 10^{-12} \text{ м},$
	тому $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta \lambda = 7,37 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ $E_{\text{вд}} = 6,11 \cdot 10^{-19} - 2,69 \cdot 10^{-19} = 3,42 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$

Задачі для самостійного розв'язання

- 5.43. Фотон з енергією 0,6 МеВ у результаті ефекту Комптона було розсіяно на кут 180° . Визначити енергію електрона віддачі.
- 5.44. Якою була довжина хвилі падаючого рентгенівського випромінювання, якщо при комптонівському розсіюванні цього випромінювання графітом під кутом 45° довжина хвилі розсіяного випромінювання виявилася рівною 35,6 пм?
- 5.45. При комптонівському розсіюванні енергія падаючого фотону розподіляється порівну між розсіяним фотоном і електроном віддачі. Знайти енергію і імпульс розсіяного фотону, якщо $\theta = 90^\circ$.
- 5.46. Енергія падаючих рентгенівських променів дорівнює 1,5 МеВ. Знайти енергію електрона віддачі, якщо відомо, що довжина хвилі променів після комптонівського розсіювання змінилась на 20 %.

Приклади тестових запитань

Тест 1. Кількість квантів монохроматичного світла, що падає на абсолютно чорну поверхню зростає в 2 рази. За таких умов світловий тиск

1. зростає в 4 рази;
2. Зростає в 2 рази;
3. Не змінюється
4. Світло взагалі не тисне на поверхню

Тест 2. Два джерела монохроматичного світла ($\lambda_1 = 470$ нм та $\lambda_2 = 610$ нм) однакової потужності опромінюють дзеркальні поверхню. Співвідношення між тисками, які створюють світлові потоки, може бути

1. $p_1 < p_2$
2. $p_1 \leq p_2$
3. $p_1 > p_2$
4. $p_1 \leq p_2$
5. $p_1 = p_2$

Тест 3. Для двох металічних поверхонь червона межа фотоефекту дорівнює $\lambda_1 = 270$ нм та $\lambda_2 = 410$ нм. Вони опромінюються одним джерелом світла. Співвідношення між швидкостями фотоелектронів може бути

1. $v_1 < v_2$
2. $v_1 \leq v_2$
3. $v_1 > v_2$
4. $v_1 \leq v_2$
5. $v_1 = v_2$

Тест 4. На вільних електронах відбувається ефект Комптона. Вказати, яким має бути кут розсіювання, щоб кінетична енергія електрона віддачі була максимальною

1. 0°
2. 45°
3. 90°
4. 180°

Тест 5. На металеву поверхню з роботою виходу 3,6 еВ падає квант світла з енергією 4,4 еВ. Кінетична енергія фотоелектрону дорівнює

1. 8 еВ
2. 0,8 еВ
3. 7,2 еВ
4. 8,8 еВ

РОЗДІЛ 6. ЕЛЕМЕНТИ АТОМНОЇ І ЯДЕРНОЇ ФІЗИКИ

6. 1. Атом водню. У відповідності до квазикласичної моделі Бора енергія взаємодії між електроном та ядром визначається як потенціальна енергія електростатичної взаємодії двох точкових зарядів

$$W = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n}, \quad (1)$$

r_n радіус орбіти електрону з номером n . Повна енергія електрону в атомі водню, або у воднеподібному іоні з порядковим номером Z визначається як

$$E_n = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z \cdot e^2}{r_n} \cdot \frac{1}{2}. \quad (2)$$

Радіус орбіти електрону визначається його порядковим номером, причому $r_n = r_1 \cdot n^2$. Радіус першої орбіти $r_1 = 0,528 \cdot 10^{-10}$ м називають **першим боровським радіусом**.

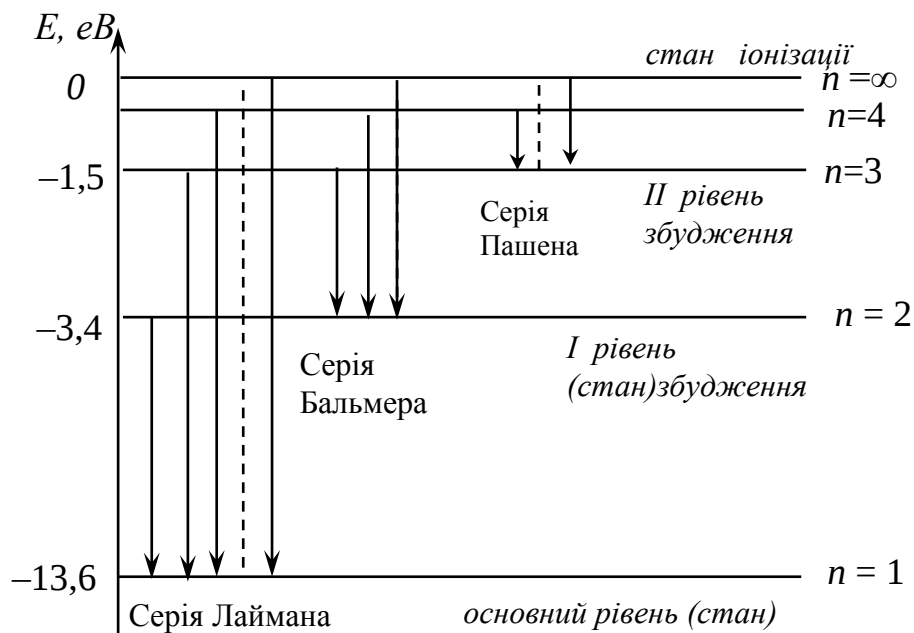


Рис.19

Перехід електрону на вищий рівень називають процесом **збудження** атому. Перехід електрону на рівень з номером $n = \infty$ називають процесом **іонізації** атому (електрон повністю відривається від свого ядра).

Перехід електрону на рівень з меншим порядковим номером супроводжується випромінюванням кванту енергії, величина якого визначається виразом

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = hcR\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right). \quad (3)$$

У цьому виразі n – номер рівня, з якого переходить електрон (**початкового**), k – номер рівня, на який переходить електрон (**кінцевого**). Величина $R = 1,10 \cdot 10^7$ 1/м є універсальною сталою і має назву **стала Рідберга**.

Зазначимо, що Рідберг вивів загальну спектральну формулу, яка дозволяла згрупувати спектральні лінії водню за серіями виключно з експериментальних досліджень до створення теорії Бора. Класична формула Рідберга має вигляд

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right). \quad (4)$$

Формули (3) і (4) дозволяють визначити довжину хвилі та енергію квантів випромінювання атому водню. При переході електрону з довільного рівня на перший атом висвітлює **ультрафіолетові** кванти (серія Лаймана) на діаграмі рис.19. Серія Бальмера (перехід на другий рівень) містить три лінії, що належать діапазону **видимого** випромінювання (червона, голуба та фіолетова лінії), решта квантів належать до ультрафіолетового діапазону. Перехід атомів з вищих рівнів на рівні з номерами 3, 4, 5 ... складають серії інфрачервоного (теплого) випромінювання.

6.2. Воднеподібні іони. Іони, які мають ядро та один електрон на своїй орбіті, отримали назву воднеподібних. Такими воднеподібними іонами можуть бути іони однократно іонізованого гелію, двократно іонізованого літію, і далі у відповідності до таблиці Менделєєва.

Енергія випромінених квантів при переходах електрону у воднеподібних атомах визначається виразом аналогічним до (3), але залежить від порядкового номеру елементу Z , а саме,

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = hcR\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right) \cdot Z^2 \quad (5)$$

6.2. Рентгенівське випромінювання (R – промені). R -випромінювання можна спостерігати тільки для багатоелектронних атомів, які мають недобудовані внутрішні електронні d - і f -рівні. Збудження таких атомів частинками високих енергій може привести до переходу глибинних електронів (з орбіт, найближчих до ядра) на один з неповністю заповнених d - або f -рівнів. Зворотній перехід електрону на основний рівень супроводжується висвітленням R -кванту. Електронні рівні позначають латинськими літерами, причому найближчий до ядра (з номером 1) має індекс K , наступний (з номером 2) – L , з номером 3 – M , з номером 4 – N , і далі у відповідності до латинського алфавіту.

Частота випромінювання визначається формулою Мозлі

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = cR \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \cdot (Z - b)^2, \quad (6)$$

у якій b – стала екранування, Z – кількість протонів у ядрі (порядковий номер елементу). Очевидно, що кванти енергії K – серії мають найбільшу енергію (найменшу довжину хвилі).

Щоб збудити R -випромінювання, електрони прискорюють у рентгенівській трубці різницею потенціалів U . В техніці найчастіше використовують вакуумні трубки з мідним анодом. Електрони вилітають з катоду та прискорюються електричним полем, утвореним між катодом та анодом.

Кінетична енергія, яку отримують електрони перед бомбардуванням аноду, визначається як $e \cdot U$. Ця величина визначає короткохвильову границю ν_o рентгенівського спектру

$$h\nu_o = h \frac{c}{\lambda_o} = e \cdot U \quad (7)$$

Задачі для самостійного розв'язання

- 6.1. Знайти радіуси перших трьох борівських орбіт в атомі водню та швидкість електронів на них.
- 6.2. Знайти кінетичну, потенціальну та повну енергію електрона на першій борівській орбіті в атомі водню.
- 6.3. Знайти кінетичну, потенціальну і повну енергію електрона на n -ній орбіті атома водню. Задачу розв'язати для $n=1,2,3$ і ∞ .
- 6.4. Знайти період обертання електрона на першій борівській орбіті атома водню, його частоту і кутову швидкість.
- 6.5. Знайти довжину хвилі де-Бройля для електрона, який рухається по першій борівській орбіті в атомі водню?

Вказівка. При розв'язанні задач 6.2–6.5 прийняти, що $r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10}$ м.

- 6.6. Атом водню в основному стані поглинув квант світла довжиною 121,5 нм. Визначити радіус електронної орбіти збудженого атома водню.
- 6.7. Знайти найбільшу довжину хвилі в ультрафіолетовій області спектра водню (серія Лаймана). Яку швидкість повинні мати електрони, щоб при збудженні атомів водню ударами електронів з'явилася ця лінія?
- 6.8. Знайти найменшу довжину хвилі в ультрафіолетовій серії спектра водню. Яку кінетичну енергію повинні мати електрони, щоб при збудженні атомів водню ударами цих електронів з'явилась ця лінія?
- 6.9. Знайти найменшу і найбільшу довжини хвиль спектральних ліній водню у видимій області спектра (серія Бальмера).

- 6.10. У видимій серії (серія Бальмера) присутні три лінії, що належать видимому діапазону довжин хвиль, а решта ліній належить ультрафіолетовій частині спектру (на відміну від ліній серії Лаймана, це, так званий, “м’який” ультрафіолет). Визначити довжину трьох видимих ліній атому водню. Визначити мінімальну енергію кванту ультрафіолету, що випромінює атом водню.
- 6.11. Знайти найменшу і найбільшу довжини хвиль спектральних ліній водню у інфрачервоній області спектра (серія Пашена).
- 6.12. Визначити перші два потенціали збудження і потенціал іонізації атома водню.
- 6.13. Атом водню збуджують квантами світла. Якою повинна бути довжина хвилі монохроматичного світла, щоб у спектрі водню спостерігалися три спектральні лінії?
- 6.14. На дифракційну решітку нормально падає світло від розрядної трубки, яка заповнена атомарним воднем. Стала решітки дорівнює $5 \cdot 10^{-4}$ см. Якому переходу електрона відповідає спектральна лінія, що спостерігається у спектрі п’ятого порядку під кутом 41° ?
- 6.15. Знайти потенціал іонізації однократно іонізованого гелію, двократно іонізованого літію.
- 6.16. Знайти перший потенціал збудження однократно іонізованого гелію, двократно іонізованого літію.
- 6.17. Обчислити довжину хвилі, яку випромінює іон гелію He^+ при переході електрона з другого рівня до основного.
- 6.18. Обчислити довжину хвилі, яку випромінює іон літію Li^{++} при переході електрона з четвертого рівня до другого.
- 6.19. Довжина хвилі третьої лінії серії Бальмера в спектрі деякого воднеподібного атома дорівнює 108.5 нм. Знайти енергію електрона в основному стані цього іона.
- 6.20. Електрон, прискорений різницею потенціалів 4,9 В, ударяє атом ртуті та переводить його у перший збуджений стан. Яку довжину хвилі має фотон, який випромінює атом ртуті при зворотному переході в нормальний стан?
- 6.21. До електродів рентгенівської трубки прикладена різниця потенціалів 60 кВ. Найменша довжина хвилі рентгенівських променів, які випромінює ця трубка, дорівнює 0,0206 нм. Визначити з цих даних сталу Планка.
- 6.22. Знайти короткохвильову границю рентгенівського спектру для випадків, коли до рентгенівської трубки прикладена різниця потенціалів 30 кВ, 40 кВ, 50 кВ.

Приклади тестових запитань

Тест 1. В опиті Резерфорду на металеву фольгу був спрямований потік...

1. ...електронів 2. ...протонів 3. ...нейтронів
4. ...ядер атому гелію 5. ... іонів платини 6. ... іонів золота

Тест 2. Радіус орбіти електрону збільшився у 4 рази. Відбувся перехід ...

1. ...з першої орбіти на другу; 2. ...з першої орбіти на четверту;
3. ...з третьої орбіти на четверту 4. ...з другої орбіти на восьму

Тест 3. Енергія електрону в атомі водню зменшилась у 4 рази. Відбувся перехід ...

1. ...з першої орбіти на другу; 2. ...з першої орбіти на четверту;
3. ...з третьої орбіти на четверту 4. ...з другої орбіти на восьму

Тест 4. У спектрі водню серія Лаймана зумовлена випромінюванням ультрафіолетових квантів, енергію яких описує загальна формула $E =$

1. $= R \cdot hc \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ 2. $= R \cdot hc \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{9^2} \right)$ 3. $= R \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$
4. $= R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ 5. Немає правильного виразу

Тест 5. Електрон в атомі водню переходить з 11 на 3 орбіту. Відбувається

1. поглинання кванту інфрачервоного діапазону
2. випромінювання кванту інфрачервоного діапазону
3. поглинання кванту жовто-блакитного діапазону
4. поглинання кванту ультрафіолетового діапазону
5. випромінювання кванту ультрафіолетового діапазону

Тест 6. Електрон в атомі водню перейшов на орбіту, де його енергія дорівнює мінус 13,6 еВ. Цей перехід супроводжувався висвітленням кванту енергії 10,2 еВ. Енергія електрону на початковому рівні становила

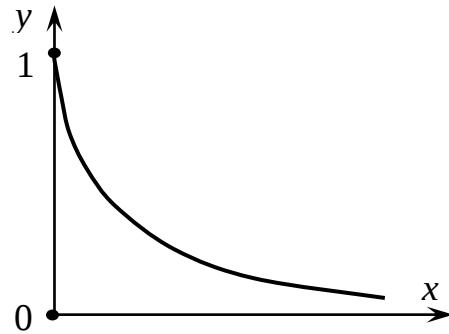
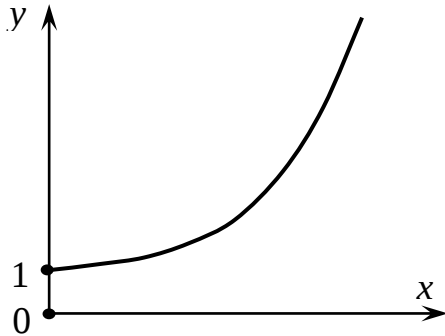
1. 23,8 еВ 2. 13,6 еВ 3. 10,2 еВ
4. 3,4 еВ 5. мінус 10,2 еВ 6. мінус 3,4 еВ

Тест 7. Напругу між катодом і анодом в рентгенівській трубці збільшили в 2 рази. Довжина хвилі рентгенівського діапазону

1. зросте в 2 рази 2. зменшиться в 2 рази 3. зросте в $\sqrt{2}$ раз
4. зросте в 4 рази 5. зменшиться в 4 рази

Довідникові матеріали

- З рівності $\ln(a)=b$ випливає $a=\exp(b)$, або $a=e^b$
 $\ln(a \cdot b)=\ln(a)+\ln(b)$ $\ln(a/b)=\ln(a)-\ln(b)$
- Графік експоненціальної функції має вигляд
 $y=\exp(\alpha x)$ $y=\exp(-\alpha x)$



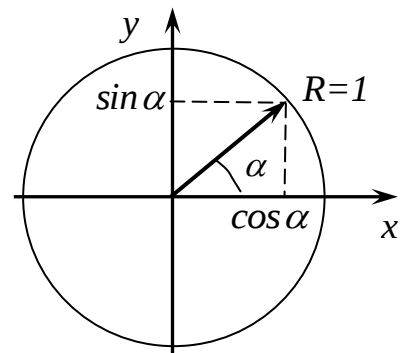
3. Похідні

від експоненціальної функції: $y = \exp(\pm \alpha x)$, $\frac{dy}{dx} = \pm \alpha \cdot \exp(\alpha x)$

від тригонометричних функцій: $y = \sin(\alpha x)$, $\frac{dy}{dx} = \alpha \cdot \cos(\alpha x)$

$y = \cos(\alpha x)$, то $\frac{dy}{dx} = -\alpha \cdot \sin(\alpha x)$

4. Показане на схемі **тригонометричне коло** дозволяє визначати синуси і косинуси характерних кутів. Видно, що x - координата радіуса визначається як $R \cos \alpha = \cos \alpha$, тобто дорівнює косинусу кута α , відповідно y - координата характеризує $\sin \alpha$.



$$\begin{array}{llll} \sin 0 = 0 & \sin \pi = 0 & \sin(\pi/2) = +1 & \sin(3\pi/2) = -1 \\ \cos 0 = +1 & \cos \pi = -1 & \cos(\pi/2) = 0 & \cos(3\pi/2) = 0 \end{array}$$

Основні параметри мікрочастинок

Мікрочастинка	Заряд	маса
електрон	$\tilde{a} = -1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг
протон	$q_p = +1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл,	$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
α -частинка, ядро атому He	$q_\alpha = 2q_p$	$m_\alpha = 4m_p$

Перелік рекомендованої літератури

1. Курс фізики. За ред. І.Є. Лопатинського. Навчальний підручник. – Львів, Бескид Біт, 2002. – 376 с.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.І., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1-3.– Київ: Техніка.– 1999.
3. Садовий А.І., Лече Ю.Г. Основи фізики з задачами і прикладами їх розв’язання.– Київ: Кондор.- 2003.
4. Савельєв И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 1977 - 1979, т.1-3.
5. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1990, 2004, 2009
6. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Высшая школа, 1973, 1981, 1983, 2002

Зміст

Розділ 4. Коливальні і хвильові процеси	3
4.1. Незгасаючі коливання	15
4.1.1. Механічні коливання	15
4.1.2. Електромагнітні коливання	18
4.1.3. Закон збереження енергії для незгасаючих коливальних процесів	20
4.2. Згасаючі коливання	21
4.3. Вимушені електромагнітні коливання.	25
Розділ 5. Квантово-оптичні явища	
5.1. Квантова природа світла	31
5.2. Теплове випромінювання	32
5.3. Взаємодія світлового потоку з перешкодою	34
5.3.1. Світловий тиск	34
5.3.2. Зовнішній фотоефект	36
5.3.3. Ефект Комптону	38
Розділ 6. Елементи атомної і ядерної фізики	39
6. 1. Атом водню..	39
6.2. Воднеподібні атоми	40
6.3. Рентгенівське випромінювання (R – промені).	42
Деякі відомості з математики	45
Перелік рекомендованої літератури	45