

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ОДЕСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ**



Розіна О.Ю., Корнієнко Ю.К.

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

Посібник до самостійної роботи

Одеса – 2014

Розина О.Ю., Корнієнко Ю.К. Молекулярна фізика та термодинаміка.:
Посібник до самостійної роботи. Одеська національна академія
харчових технологій, 2014. – 58 с.

Посібник призначений для самостійної роботи над розділом курсу фізики
«Молекулярна фізика та термодинаміка».

Посібник до самостійної роботи призначений для студентів заочної
форми навчання, але, безумовно буде корисним і для студентів денної
форми напрямів підготовки 6.050101 «Комп'ютерні науки», 6.050102
«Комп'ютерна інженерія», 6.040106 «Екологія, охорона навколишнього
середовища та збалансоване природокористування».

Рецензент: кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри
загальної та хімічної фізики ОНУ ім.І.І.Мечникова
В.Я. Гоцільський

Розглянуто та рекомендовано до видання на засіданні кафедри
прикладної фізики та електротехнологій.

Протокол № 7 від 12 лютого 2014 р.

Розглянуто та рекомендовано до видання на засіданні науково-
методичної комісії з напряму підготовки 6.040106 «Екологія, охорона
навколишнього середовища та збалансоване природокористування»
Протокол № 8 від 18 лютого 2014 р.

Основні термодинамічні параметри та одиниці вимірювання

Стан речовини описують її **температура** T , **об'єм** V , який вона заповнює, і **тиск** P , який вона створює на стінки посудини.

В системі SI основною одиницею виміру температури є градус за **шкалою Кельвіна** 1 К (**абсолютна температурна шкала**). У багатьох розділах фізики приводяться значення температури за шкалою Цельсія ($^{\circ}\text{C}$). Характерно, що в обох шкалах величина 1 градусу однакова, але зміщені нульові точки, отже

$$T = (t^{\circ}\text{C} + 273,15) \text{ K}.$$

Зміна температури за обома шкалами є однаковою, тобто $\Delta t, ^{\circ}\text{C} = \Delta T$.

За визначенням, **тиск** характеризує силу, що діє нормально на одиницю поверхні, тобто у системі SI за одиницю виміру величини P приймають 1Н/м^2 . Ця величина має спеціальну назву **Паскаль** (Па).

Виходячи з методу вимірювання тиску U –подібним рідинним манометром, у якому тиск визначається різницею рівнів рідини в обох колінах манометра $P = \rho \cdot g \cdot h$, в технічній літературі збереглися одиниці вимірювання тиску «мм рт.ст.» (міліметри ртутного стовпчика), «мм H_2O » (міліметри водяного стовпчика), «мм сп.ст.» (міліметри спиртового стовпчика). Назва робочої рідини манометра дозволяє, виходячи з її густини ρ , розрахувати значення тиску P у системних одиницях виміру, зокрема,

$$760 \text{ мм рт.ст.} = 10^5 \text{ Па} = 1 \text{ бар}$$

$$10 \text{ мм H}_2\text{O} = 10^5 \text{ Па}.$$

До цього часу збереглася одиниця вимірювання тиску «атмосфера». 1Атм характеризує тиск повітря на рівні, який прийнятий еталонним нульовим рівнем на поверхні Землі, який називають рівнем моря. Визначають фізичну (Атм) і технічну (ат) атмосфери як

$$1 \text{ Атм} = 760 \text{ мм рт.ст.} = 101,3 \text{ кПа}$$

$$1 \text{ ат} = 98,1 \text{ кПа}.$$

В системі SI основною одиницею довжини є 1 м, тому одиницею виміру об'єму є **кубічний метр** 1 м^3 . В деяких випадках у технічних задачах доцільними є 1 см^3 та 1 л. Їх зв'язок з основною одиницею визначається рівностями

$$1 \text{ см}^3 = 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Кількість речовини визначає **кількість молів** ν . **1 моль** характеризує кількість речовини, яка вміщує однакову для всіх сполук кількість молекул $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ 1/моль (число Авогадро). Якщо газ складається з однакових молекул

масою m_0 , то можна ввести параметр $\mu = m_0 N_A$, який називають **молярною масою** речовини. Очевидно, що молярна маса зв'язує кількість молів і кількість кілограмів речовини, а саме $m = \nu \cdot \mu$.

Приклади використання внесистемних одиниць

Приклад 1. Температура ідеального газу становить 125°C . Визначити його абсолютну температуру.

Розв'язання. Скористаємося співвідношенням $T = (t^\circ\text{C} + 273,15) \text{ K}$. Отримаємо $T = (125^\circ\text{C} + 273,15) \text{ K} = 397,15 \text{ K}$. Виконуємо округлення, зберігаємо три значущі цифри, отримуємо відповідь 397 K .

Приклад 2. Внаслідок підводу тепла покази термометра, проградуйованого за шкалою Цельсія, зросли на 20 градусів. Чому дорівнює збільшення температури за абсолютною шкалою?

Розв'язання. Виходимо із співвідношення $T = (t^\circ\text{C} + 273,15) \text{ K}$ для початкового стану маємо $T_1 = (t_1^\circ\text{C} + 273,15) \text{ K}$ для кінцевого стану $T_2 = (t_2^\circ\text{C} + 273,15) \text{ K}$. приріст температури $\Delta T = T_2 - T_1 = t_2 - t_1 = 20^\circ\text{C}$

Завдання для самостійного виконання

1. Записати надані нижче значення величин в одиницях СІ:

Тиск в заданому об'ємі дорівнює $2,2 \text{ атм}$, $0,35 \text{ атм}$, $4,35 \text{ бар}$, 250 мм рт. ст. , 10 мм рт. ст. , 1 мм вод. ст.

Об'єм резервуару дорівнює $3,2 \text{ л}$, 68 мл , $0,5 \text{ л}$, 300 л ; 32 см^3 ; $0,035 \text{ мм}^3$, 240 мм^3 , 40 барелей , $0,33 \text{ барелі}$.

Молярна маса речовини $2 \cdot 10^{-2} \text{ г/моль}$, $4,4 \text{ кг/кмоль}$, $0,038 \text{ кг/моль}$, $24 \cdot 10^2 \text{ кг/кмоль}$

2. Записати **температуру** в одиницях абсолютної шкали:

0°C , -10°C , -70°C , 273°C , 100°C , 450°C .

3. Визначити молярну масу водню (H_2), кисню (O_2), водяної пари (H_2O), аміаку (NH_3), сполук вуглецю (CO_2 , CO), молекулярного азоту (N_2) та його сполук (NO , NO_2 , N_2O_5).

1. Рівняння стану ідеальних газів

Рівняння, що зв'язує V – об'єм, T – абсолютну температуру та p – тиск газу, називають **рівнянням стану**. Для ідеальних газів рівняння стану Менделєєва – Клапейрона має вигляд

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (1)$$

де m – маса, μ – молярна маса газу, $R = 8.31 \text{ Дж/(К·моль)}$ – газова стала (універсальна фізична стала, вона має певний фізичний сенс, який буде обговорений у наступних розділах).

Відношення $(m/\mu) = \nu$ має назву кількості речовини і характеризує кількість молей газу. Кількість молекул в одному молі всіх газів однакова і дорівнює $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$ (число Авогадро – універсальна фізична стала). Для ν молей газу кількість молекул буде дорівнювати $N = N_A \nu$. Якщо газ складається з однакових молекул масою m_o , то очевидно, що $\mu = m_o N_A$.

Виходячи з того, що **густина газу** визначається як $\rho = m/V$, з рівняння стану можна отримати значення ρ при даних умовах, а саме

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}. \quad (2)$$

Концентрація молекул $n = N/V$ з'язана з густиною газу співвідношенням $\rho = m_o n$. Отже, з рівняння стану (1) можна отримати вираз

$$p = nkT, \quad (3)$$

в якому введена величина $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – стала Больцмана.

Для **сумішей** газів можна використовувати рівняння стану (1), поняття густини газу, концентрації молекул, молярної маси суміші. В основі їх коректного використання лежить **закон Дальтона**: тиск суміші газів дорівнює сумі їхніх парціальних тисків, тобто

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots \quad (4)$$

Парціальний тиск – це тиск, який створює одна з компонент суміші у відсутності усіх інших в тій самій посудині при тій самій температурі. Для знаходження молярної маси суміші треба використати визначення кількості речовини та врахувати адитивність маси і кількості речовини газу:

$$\frac{m_{\text{сум}}}{\mu_{\text{сум}}} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{m_n}{\mu_n} \quad (5),$$

З останнього виразу знаходимо молярну масу суміші $\mu_{\text{сум}}$.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Чому дорівнює молярна маса газу, якщо при температурі 27°C і тиску $2 \cdot 10^5$ Па він має густину 2.6 кг/м^3 .

Дано:

$$T = (273 + 27) \text{ К}$$

$$P = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\rho = 2.6 \text{ кг/м}^3$$

$$\mu = ?$$

Розв'язання

Знайдемо зв'язок між тиском газу та його густиною. Для цього скористаємося рівнянням Менделєєва-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

У загальному випадку густина – це відношення маси тіла до його об'єму, тобто за визначенням $\rho = m/V$.

Розділимо ліву і праву частину рівняння (1) на об'єм і отримаємо

$$P = \frac{m}{V} \cdot \frac{RT}{\mu} = \rho \cdot \frac{RT}{\mu}.$$

З останнього виразу отримаємо формулу для молярної маси газу

$$\mu = \frac{\rho RT}{P}.$$

Підставимо числові значення і виконаємо розрахунки

$$\mu = \frac{2.6 \cdot 8.31 \cdot 300}{2 \cdot 10^5} = \frac{6481.8}{2 \cdot 10^5} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Відповідь. Молярна маса газу дорівнює $32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, газ в балоні – кисень.

Приклад 2. В замкненій посудині знаходиться 14 г азоту та 9 г кисню. Знайти молярну масу суміші. Чому дорівнює об'єм посудини, якщо при температурі 10°C тиск становить 1 МПа?

Дано:

$$N_2; m_1 = 14 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\mu_1 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$O_2; m_2 = 9 \cdot 10^{-3} \text{ кг};$$

$$\mu_2 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$T = (273 + 10) \text{ К}$$

$$P = 1 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\mu_{\text{см.}} = ?$$

$$V = ?$$

Розв'язання

Будемо виходити з рівняння Менделєєва-Клапейрона, яке запишемо для кожної компоненти окремо

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} \cdot RT$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} \cdot RT$$

Згідно закону Дальтона, тиск суміші газів дорівнює сумі тисків кожної компоненти, тобто

$$P = P_1 + P_2 = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \cdot \frac{RT}{V}. \quad (2.1)$$

З останнього рівняння виводимо вираз для об'єму V :

$$V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \cdot \frac{RT}{P}$$

Підставимо числові значення і виконаємо розрахунки:

$$V = \left(\frac{14 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} + \frac{9 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot \frac{8.31 \cdot 283}{10^6} = 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

З точки зору молекулярної фізики суміш газів можна розглядати як новий ідеальний газ, для якого справедливе рівняння Менделєєва-Клапейрона і висновки з нього, тобто

$$P = \frac{m_{\text{см}}}{\mu_{\text{см}}} \cdot \frac{RT}{V} \quad (2.2)$$

Прирівнюємо праві частини виразів (2.1) і (2.2), отримаємо

$$\frac{m_{\text{см}}}{\mu_{\text{см}}} \cdot \frac{RT}{V} = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \cdot \frac{RT}{V}$$

Скоротимо вираз і отримаємо очевидну рівність: кількість молів суміші дорівнює сумі молів чистих газів, що складають суміш

$$\frac{m_{\text{см}}}{\mu_{\text{см}}} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} = \frac{\mu_2 m_1 + \mu_1 m_2}{\mu_1 \cdot \mu_2}$$

З цього рівняння визначаємо молярну масу суміші

$$\mu_{\text{см}} = \frac{(\mu_1 \cdot \mu_2) \cdot m_{\text{см}}}{\mu_2 m_1 + \mu_1 m_2}$$

Підставимо числові значення і виконаємо розрахунки:

$$\mu_{\text{см}} = \frac{28 \cdot 10^{-3} \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 23 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 14 \cdot 10^{-3} + 28 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^{-3}} = 29.44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

Відповідь: Об'єм суміші становить $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, її молярна маса $29,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Приклад 3. Густина газу дорівнює $6 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$. Середня квадратична швидкість молекул цього газу становить 500 м/с . Знайти тиск газу на стінки посудини.

Дано:

$$\rho = 6 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$$

$$V_{\text{ср.кв.}} = 500 \text{ м/с}$$

$$P = ?$$

Розв'язання

Як видно, для розв'язання задачі необхідно знати зв'язок між середньоквадратичною швидкістю молекул, тиском газу і його густиною.

Щоб його знайти зв'язок між густиною і тиском газу Скористаємося рівнянням Менделєєва-Клапейрона

$$P = \frac{m}{V} \cdot \frac{RT}{\mu} \Rightarrow P = \rho \cdot \frac{RT}{\mu} \quad (3.1)$$

Для того, щоб визначити множник RT/μ , який входить до останньої рівності і є невідомим, запишемо вираз для середньоквадратичної швидкості молекул

$$V_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Підводячи до квадрату ліву і праву частини цього рівняння отримаємо

$$V_{\text{ср.кв.}}^2 = \frac{3RT}{\mu}, \text{ звідки } \frac{RT}{\mu} = \frac{V_{\text{ср.кв.}}^2}{3} \quad (3.2)$$

Підставимо вираз для множника (3.2) в рівняння (3.1) і отримаємо

$$P = \rho \cdot \frac{V_{\text{ср.кв.}}^2}{3}.$$

Скористаємося даними задачі і виконаємо розрахунки

$$P = 6 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{500^2}{3} = 5 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Відповідь. Тиск газу в балоні дорівнює $5 \cdot 10^5$ Па.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Яким має бути найменший об'єм балона, щоб він вміщав 6.4 кг кисню при 20°C , якщо його стінки витримують тиск 16 МПа.
2. Визначити масу кисню в балоні об'ємом 10 л, якщо температура в ньому 27°C , а тиск 1 атм.
3. Визначити, який об'єм займає 20 г аміаку за **нормальних умов**.
4. Визначити масу кисню, який за нормальних умов заповнює об'єм 3 л.
5. В замкненому балоні знаходиться газ під тиском 500 кПа. Який тиск буде встановлено в балоні після того, як $4/5$ початкової маси газу випустити у навколишнє повітря?
6. Визначити **густину** азоту в балоні об'ємом 30 л, якщо температура в ньому 27°C , а тиск 6 атм.
7. Чому дорівнює молярна маса газу, якщо він знаходиться в балоні при температурі 27°C під тиском 10^5 Па. За таких умов його **густина** дорівнює 1.3 кг/м^3 .
8. У скільки разів **густина** кисню перевищує густину водню при однакових умовах
9. Скільки молекул газу в посудині об'ємом $0,15 \text{ м}^3$ за **нормальних умов**?
10. Який об'єм займає 1 моль довільного газу за нормальних умов? Визначити густину 1 моля азоту, 1 моля молекулярного йоду за нормальних умов.
11. У посудині об'ємом 4 л знаходиться 1 г водню. Яка кількість молекул міститься в одиниці об'єму посудини?
12. Сучасна вакуумна техніка дозволяє знизити тиск до 0,1 нПа. Якою є концентрація молекул газу, якщо його температура становить 300 К?

13. Скільки молів і молекул водню міститься в балоні об'ємом 50 м^3 під тиском 767 мм рт.ст. при температурі 18°C ? Якою є густина газу?
14. Балон містить 10 г вуглекислого газу (CO_2) і 15 г азоту (N_2). Знайти густину суміші газів при температурі 300 К та тиску 150 кПа .
15. В замкненій посудині об'ємом 6 л знаходиться 6 г вуглекислого газу (CO_2) та 4 г закису азоту (N_2O). Який тиск в посудині, якщо температура дорівнює 400 К ? Яка густина суміші?
16. Знайти молярну масу суміші, яка складається з 10 г азоту та 35 г гелію.
17. Посудина об'ємом 20 л містить суміш водяної пари та азоту при температурі 30°C і тиску 1 атм. Маса суміші 20 г . Визначити масу водяної пари та масу азоту, їх парціальні тиски.
18. В замкненій посудині знаходиться 14 г азоту та 9 г кисню. Знайти молярну масу суміші. Чому дорівнює об'єм посудини, якщо при температурі 10°C тиск становить 1 МПа ?
19. Густина деякого газу дорівнює $1,2 \text{ кг/м}^3$. Середня квадратична швидкість молекул цього газу дорівнює 460 м/с . Знайти тиск газу на стінки посудини.

Приклади тестових запитань

1. Температура газу зростає в два рази, а маса зменшується у півтора рази. Якщо об'єм газу залишається незмінним, тиск

1. зростає в 3 рази	2. зменшується в 3 рази
3. зростає в 2,5 рази	4. зменшується в 2,5 рази
5. зростає в 1,33 рази	6. зменшується в 1,33 рази
2. В замкнутому об'ємі знаходяться два гази (1) і (2). Для суміші газів виконуються такі рівності

1. $p = p_1 + p_2$,	$\mu = \mu_1 + \mu_2$
2. $p = p_1 + p_2$,	$m = m_1 + m_2$
3. $\rho = \rho_1 + \rho_2$,	$\mu = \mu_1 + \mu_2$
4. $T = T_1 + T_2$,	$m = m_1 + m_2$
3. Між універсальними сталими R, k, N_A виконується співвідношення

1. $R = \frac{N_A}{k}$,	2. $k = \frac{N_A}{R}$,	3. $R = k \cdot \frac{N_A}{\mu}$	4. $R = k \cdot N_A$,
--------------------------	--------------------------	----------------------------------	------------------------
4. Масу одної молекули можна визначити із співвідношення

1. $m_o = \frac{\mu}{N_A}$,	2. $m_o = \frac{\mu}{n}$,	3. $m_o = k \cdot \frac{N_A}{\mu}$	4. $m_o = k \cdot N_A$,
------------------------------	----------------------------	------------------------------------	--------------------------

2. Ізопроееси

Перехід газу із стану 1, який характеризують параметри (p_1, V_1, T_1) до стану 2 з параметрами (p_2, V_2, T_2) називають термодинамічним процесом. Якщо перехід **1–2** реалізують **квазістатично**, тобто через послідовність рівноважних станів, то процес є **оборотним**, і його можна представити графічно. Якщо при переході **1–2** один з параметрів (p, V, T) залишається сталим, то процеси називають **ізотермічним** ($T = \text{const}$), **ізобарним** ($p = \text{const}$), **ізохорним** ($V = \text{const}$).

Рівняння для кожного ізопроеесу можна записати в одному з двох виглядів:

ізотермічний ($T = \text{const}$)	$p_1 V_1 = p_2 V_2$	$p = \frac{\text{const}_1}{V}$	(6)
ізобарний ($p = \text{const}$)	$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$V = \text{const}_2 \cdot T$	(7)
Ізохорний ($V = \text{const}$)	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$p = \text{const}_3 \cdot T$	(8)

Функціональні залежності, показані в таблиці, мають назви законів: Бойля-Маріотта (ізотермічний процес), Гей-Люссака (ізобарний процес), Шарля (ізохорний процес). На рис.1 графічно представлені вказані закони.

Значення сталих const_1 , const_2 , const_3 визначає рівняння стану (1).

Для ізотермічного процесу збільшення температури веде до зростання сталої const_1 і графіки, що відповідають функції (6) при температурах $T > T_o$, показані на рис.1, а.

В рівнянні ізобарного процесу стала const_2 обернено пропорційно залежить від тиску. Тому при зростанні цього параметру ($P > P_o$) кут нахилу прямої $V(T)$ зменшується (рис.1, б).

В рівнянні ізохорного процесу стала const_3 обернено пропорційно залежить від об'єму, тому збільшення об'єму ($V > V_o$) веде до зменшення кута нахилу прямої $p(T)$ (рис.1, в).

Показаний на рис.1 а процес **1–2** представляє собою ізотермічне розширення газу, він супроводжується зниженням тиску в системі.

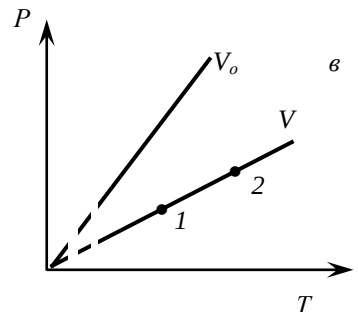
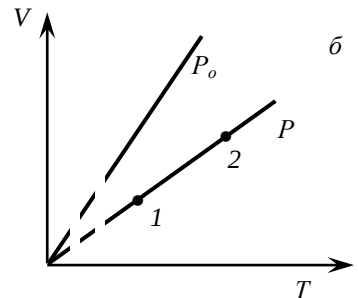
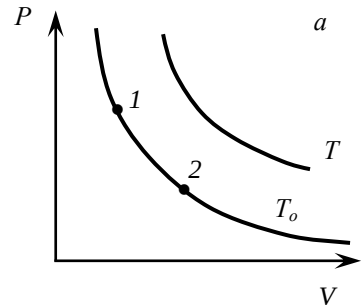


Рис.1.

Показаний на рис.1 б процес 1–2 можна розглядати як ізобарне розширення газу, або як ізобарний розігрів газу.

Приклади розв'язання завдань

Приклад.1. На рис.3 показані процеси 1-2, 1-3, 2-3 Проаналізувати, як змінюються тиск, температура і об'єм у кожному з процесів.

Розв'язання

Проаналізуємо рис.3. Суцільними лініями на ньому показані ізобари, тобто лінії, які відповідають усім станам газу при постійних тисках P_0 і P , причому $P > P_0$.

Горизонтальною переривчастою лінією показані всі стани, у яких газ має однаковий об'єм, тобто $V_2 = V_3$. Вертикальна пунктирна лінія проходить через усі стани, що мають однакову температуру $T_1 = T_2$. Отже, на рис.3 показані процеси:

1-2 – ізобарне розширення газу, що супроводжується зростанням температури

1-3 – ізотермічне розширення газу, у якому зменшується тиск;

2-3 – ізохорне охолодження газу, у якому зменшується тиск. Характерно, що в обох процесах 1-3 і 2-3 зниження тиску є однаковим $P_0 - P$.

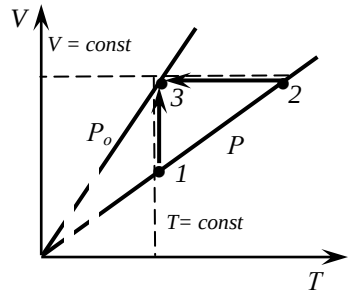


Рис.3

Приклад 2. Два балони з рухомим поршнем заповнені киснем при умовах, що відповідають станам 1 і 3. Як змінюються тиск, об'єм і температура кисню у кожному балоні, якщо газ переводять у стан 2 у відповідності до процесів 1-2 і 2-3?

Розв'язання

Це завдання є ілюстрацією того, що графіки ізопроесів можна використовувати для аналізу довільних термодинамічних процесів.

Очевидно, що на рис. 4 показані такі процеси

1-2 – розширення газу, яке супроводжується зменшенням тиску;

2-3 – стиснення газу, у якому відбувається зростання тиску.

Для того, щоб визначити, як змінюється температура в обох процесах, пунктиром проведені допоміжні ізотерми. Якщо виявилось, що точки 1 і 3 належать одній ізотермі, очевидно, що в обох процесах відбувається зростання температури на однакову величину $T - T_0$.

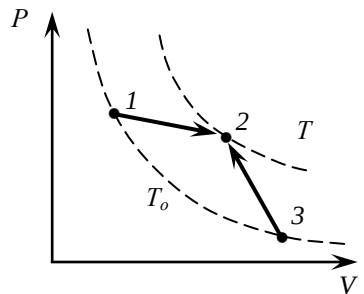


Рис.4

Задачі для самостійного розв'язання

20. Як змінюється густина газу і концентрація молекул у ньому, якщо тиск газу ізотермічно підвищили у 4 рази?
21. Як змінюється густина газу і концентрація молекул у ньому, якщо температуру газу ізобарно підвищили у 2 рази?
22. Як змінюється густина газу і концентрація молекул у ньому, якщо температуру газу ізохорно підвищили у 2 рази?
23. Один моль газу знаходиться в нормальних умовах. До якої температури необхідно ізобарно нагріти цей газ, щоб його об'єм дорівнював 44.8 л?

У наступних задачах за графіками відповісти на запропоноване питання, а потім розв'язати задачі з числовими даними.

24. На рис.5 показана послідовність процесів 1–2–3. Як змінюється густина газу у кожному з процесів 1–2 і 2–3? Відомо, що у процесі 1–2 тиск зменшується від 4,5 до 2,0 кПа. У скільки разів зростає температура у процесі 1–2?

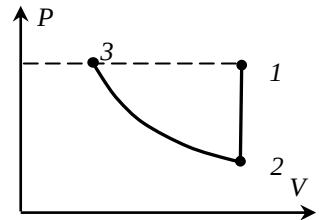


Рис.5

25. На рис.6 показана послідовність процесів 1–2–3 яку здійснюють над 0,3 молями повітря. Як змінюється температура газу у процесах 1–2 і 2–3?

Як змінюється густина газу у процесі 1–2? Якою є температура газу у стані 2, якщо у процесі 1–2 об'єм зменшується від 2,5 до 0,5 л, а у початковому стані температура $T_1 = 350$ К? Який кінцевий тиск (P_3) встановиться у системі?

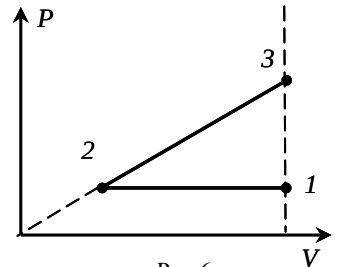


Рис.6

26. 125 г аміаку знижує температуру від T_1 до T_3 через послідовність процесів 1–2–3, показану на рис.7. Як змінюється тиск газу у кожному з процесів 1–2 і 2–3? Який об'єм має газ у кінцевому стані V_3 , якщо відбулося загальне зниження температури від $T_1 = 250$ °С до $T_3 = 0$ °С. Тиск газу у початковому стані 1,2 Атм. Чому дорівнює тиск газу у стані 2, якщо $T_2 = 170$ °С?

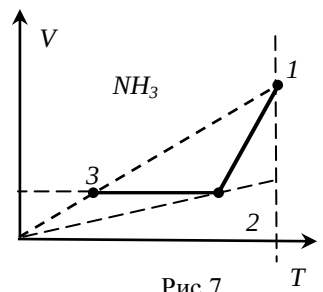


Рис.7

Приклади тестових запитань

1. В ізобарному процесі температура газу зростає в 3 рази. Густина газу

1. зростає в 3 рази
2. зменшується в 3 рази
3. зростає в 9 раз
4. зменшується в 9 раз
5. зменшується в 1,33 рази
6. не змінюється

2. В ізохорному процесі тиск газу зростає в 3 рази. Густина газу

1. зростає в 3 рази
2. зменшується в 3 рази
3. зростає в 9 раз
4. зменшується в $\sqrt{3}$ рази
5. зростає в 1,33 рази
6. не змінюється

3. Рівняння Бойля –Маріотта можна представити у вигляді

1. $V = \frac{const}{P}$,
2. $V = \alpha \cdot T$,
3. $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$
4. $P = \alpha \cdot T$,
5. немає правильного виразу

4. Графік ізохорного процесу у P, T - координатах представляє собою лінійну залежність, що проходить через початок координат. Тангенс куту нахилу графіку залежить

1. тільки від тиску
2. тільки від об'єму
3. від об'єму та температури
4. від об'єму та маси
5. від тиску та маси
6. від тиску та молярної маси

5. Графік ізобарного процесу у P, T - координатах представляє собою лінійну залежність, що проходить через початок координат. Тангенс куту нахилу графіку

1. зростає, якщо зростає температура
2. зменшується, якщо зменшити молярну масу газу
3. зростає, якщо зростає тиск газу
4. зменшується, якщо збільшити об'єм газу
5. не змінюється у всіх вказаних вище випадках

8. Графік ізохорного процесу у P, T - координатах представляє собою лінійну залежність, що проходить через початок координат. Тангенс куту нахилу графіку визначає вираз

1. $\alpha = \frac{\mu}{N_A}$,
2. $\alpha = \frac{m \cdot R \cdot T}{\mu}$,
3. $\alpha = \frac{N_A}{\mu \cdot V}$
4. $\alpha = \frac{m \cdot R}{\mu \cdot V}$
5. немає правильного виразу

3. Внутрішня енергія ідеального газу

Базовим поняттям молекулярної фізики є i – число ступенів свободи молекули, тобто кількість осей, відносно яких відбувається вільний її вільний рух.

Одноатомний газ (інертні гази, атомарні гази)	$i = 3 \text{ пост}$
Двохатомний газ (кисень O_2 , водень H_2 , азот N_2 , пара йоду J_2), вуглекислий газ CO_2 (виняток)	$i = 5 = 3 \text{ пост} + 2 \text{ оберт}$
Багатоатомний газ (водяна пара H_2O , аміак NH_3 , закис азоту N_2O)	$i = 6 = 3 \text{ пост} + 3 \text{ оберт}$

У відповідності до **теорема Больцмана**, на кожен ступінь свободи молекули припадає енергія $(1/2)kT$. Отже, середня енергія теплового руху однієї молекули дорівнює

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} \cdot k \cdot T = \frac{m_o \cdot v_{\text{ср.кв.}}^2}{2} + \frac{J_o \cdot \omega_{\text{ср.кв.}}^2}{2} \quad (9)$$

Остання рівність дозволяє записати вираз для **середньоквадратичної швидкості** молекули $v_{\text{ср.кв.}}$ у вигляді

$$v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_o}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad (10)$$

Внутрішня енергія ідеального газу представляє собою суму кінетичних енергій усіх його молекул. Враховуючи, що в одному молі міститься N_A молекул, **внутрішню енергію одного молю газу**, можна представити у вигляді

$$U_\mu = \frac{i}{2} \cdot R \cdot T \quad (11)$$

Відповідно, внутрішня енергія довільної кількості газу визначається виразом

$$U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot T \quad (12)$$

Очевидно, що зміна внутрішньої енергії (приріст цієї величини) dU дорівнює

$$dU = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot dT, \quad (13)$$

i залежить тільки від початкової та кінцевої температури газу; характер термодинамічного процесу, внаслідок якого відбувається відповідна зміна температури dT не має значення. Тому внутрішню енергію називають **функцією стану** речовини.

До формули (13) входить множник, що має назву **молярна теплоємність ідеального газу в ізохорному процесі**

$$c_{V\mu} = \frac{i}{2} \cdot R \quad (14)$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. При температурі 273 К середня енергія теплового руху молекул деякого газу становить $0,941 \cdot 10^{-20}$ Дж. Визначити, скільки атомів складає дану молекулу?

Дано:

$$T = 273 \text{ К}$$

$$E = 0,941 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$$

$$N = ?$$

Розв'язання

Скористаємося теоремою Больцмана і запишемо

$$E = \frac{i}{2} \cdot k \cdot T$$

Виконуючи перетворення, визначимо вираз для кількості ступенів свободи молекули

$$i = \frac{2 \cdot E}{kT}$$

Підставимо числові значення, виконаємо розрахунки і результат заокруглимо до цілого

$$i = \frac{2 \cdot 0,941 \cdot 10^{-20}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} = 5.$$

Відомо, що кількість ступенів свободи 5 мають двоатомні гази.

Відповідь. Молекула складається з двох атомів.

Приклад 2. При температурі 50°C середня енергія теплового руху молекул деякого газу становить $1,114 \cdot 10^{-20}$ Дж. Визначити, чому дорівнює оберտальна складова теплової енергії молекули ?

Дано:

$$T = 323 \text{ К}$$

$$E = 1,114 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$$

$$E_{\text{оберт}} = ?$$

Розв'язання

По аналогії з попередньою задачею використовуємо теорему Больцмана для визначення числа ступенів свободи. Виходячи з виразу

$$E = \frac{i}{2} \cdot k \cdot T$$

визначаємо кількість ступенів свободи молекули

$$i = \frac{2 \cdot E}{kT} = \frac{2 \cdot 1,114 \cdot 10^{-20}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 323} = 5$$

Відомо, що кількість ступенів свободи розподіляється між оберտальним та поступальним рухом таким чином $i = 5 = 3 \text{ пост} + 2 \text{ оберт}$.

Отже, доля енергії оберտального руху складає $2/5$ від загальної кількості енергії молекули. Виконуючи розрахунки, маємо

$$E_{\text{оберт}} = 1,114 \cdot 10^{-20} \cdot (2/5) = 0,446 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}.$$

Відповідь. Оберտальна складова енергії теплового руху молекули дорівнює $0,446 \cdot 10^{-20}$ Дж.

Приклад 3. Кисень знаходиться в балоні. При зростанні температури на 50°C його внутрішня енергія збільшилась на 1,5 к Дж. Визначити кількість молів кисню в балоні.

Дано:

$$\Delta T = 50 \text{ K}$$

$$E = 1,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Розв'язання

Скористаємося формулою (13), переписавши її у вигляді

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot \Delta T$$

Виведемо вираз для кількості молів і отримаємо

$$\frac{m}{\mu} = \frac{2 \cdot \Delta U}{i \cdot R \cdot \Delta T}$$

Врахуємо, що кисень – двоатомний газ, тобто $i = 5$. Підставивши числові значення у розрахункову формулу, отримаємо

$$\frac{m}{\mu} = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{5 \cdot 8,31 \cdot 50} = 1,44 \text{ моля.}$$

Відповідь. Кількість газу в балоні 1,44 моля

Задачі для самостійного розв'язання

27. Визначити середню кінетичну енергію поступального руху однієї молекули азоту та водяної пари, якщо температура газу -50°C . Аналогічні розрахунки виконати для енергії обертального руху таких молекул.
28. Визначити температуру газу, якщо середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули дорівнює $6,9 \cdot 10^{-20}$ Дж.
29. Ідеальний газ знаходиться при температурі -73°C . До якої температури необхідно нагріти газ, щоб подвоїти середньоквадратичну швидкість його молекул?
30. Балон заповнений азотом масою 2 кг при температурі 280 К. Визначити сумарну кінетичну енергію поступального руху молекул газу.
31. Двохатомний газ має температуру T . Яку долю від внутрішньої енергії такого газу становить енергія, зумовлена поступальним рухом його молекул?
32. Азот масою 7 г нагріли ізохорно на 20°C . Знайти зміну внутрішньої енергії.
33. В ізобарному процесі об'єм аміаку зростає вдвічі. Як змінюється його внутрішня енергія?
34. У скільки разів середня квадратична швидкість руху молекул водню перевищує швидкість молекул кисню за інших однакових умов?
35. В замкненій посудині знаходиться 1,4 кг азоту та 3,2 кг кисню. Знайти внутрішню енергію суміші при температурі 10°C .

Приклади тестових запитань

1. В ізобарному процесі температура газу зростає в 3 рази. Внутрішня енергія газу

- | | |
|----------------------------|-------------------------|
| 1. зростає в 3 рази | 2. зменшується в 3 рази |
| 3. зростає в 9 раз | 4. зменшується в 9 раз |
| 5. зменшується в 1,33 рази | 6. не змінюється |

2. В ізотермічному процесі тиск газу зростає в 3 рази, а об'єм зменшується в 2 рази. За таких умов внутрішня енергія

- | | |
|------------------------|---------------------------|
| 1. зростає в 3 рази | 2. зменшується в 6 рази |
| 3. зростає в 1,5 рази | 4. зменшується в 1,5 рази |
| 5. зростає в 1,33 рази | 6. не змінюється |

3. Зміна внутрішньої енергії ідеального газу прямо пропорційна зміні абсолютної температури. Коефіцієнт пропорційності дорівнює

- | | | | |
|---|---|---------------------------------------|---|
| 1. $\alpha = \frac{m \cdot R}{\mu \cdot V}$ | 2. $\alpha = \frac{m \cdot i \cdot T}{2}$, | 3. $\alpha = \frac{N_A}{\mu \cdot V}$ | 4. $\alpha = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R$ |
| 5. немає правильного виразу | | | |

4. Внутрішня енергія ідеального газу залежить

- | | | |
|---|----------------------|----------------------------|
| 1. тільки від тиску | 2. тільки від об'єму | 3. від маси та температури |
| 4. від об'єму та кількості ступенів свободи молекули | | |
| 5. від маси, температури та кількості ступенів свободи молекули | | |
| 6. від тиску та молярної маси | | |

5. Графік ізобарного процесу у P, T - координатах представляє собою лінійну залежність, що проходить через початок координат. Тангенс куту нахилу графіку

- | |
|---|
| 1. зростає, якщо зростає температура |
| 2. зменшується, якщо зменшити молярну масу газу |
| 3. зростає, якщо зростає тиск газу |
| 4. зменшується, якщо збільшити об'єм газу |
| 5. не змінюється у всіх вказаних вище випадках |

6. В замкненому об'ємі знаходяться два гази (1) і (2). Для суміші газів виконуються такі рівності

- | | |
|--|--|
| 1. $U = U_1 + U_2$, $\mu = \mu_1 + \mu_2$ | 2. $U = U_1 + U_2$, $p = p_1 + p_2$ |
| 3. $\mu = \mu_1 + \mu_2$, $U = \frac{U_1 \cdot U_2}{U_1 + U_2}$ | 4. $\mu = \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$, $U = \frac{U_1 \cdot U_2}{U_1 + U_2}$ |

4. Основи термодинаміки

4.1. Робота газу.

При зміні об'єму газу на величину dV він виконує елементарну роботу

$$\delta A = p \cdot dV. \quad (13)$$

Повна робота при зміні об'єму газу від початкового об'єму V_1 до кінцевого V_2 визначається інтегралом

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV. \quad (14)$$

Якщо ця величина позитивна, то газ розширюється і виконує роботу над зовнішніми тілами. Якщо цей вираз негативний, то зовнішні тіла виконують роботу над газом і стискають його.

На рис.8 в координатах p - V показано перехід газу із стану 1 до стану 2, які відрізняються набором термодинамічних параметрів (p , V , T). Роботу у такому процесі характеризує площа заштрихованої фігури (криволінійної трапеції, обмеженої ізохорами V_1 і V_2). Очевидно, що робота залежить від вигляду функції $p(V)$, тобто від термодинамічного процесу, який проводять над газом.

Отже робота є **функцією процесу**.

Для окремих випадків – відомих ізопроеців – значення роботи представлені в таблиці:

Ізобарний процес ($p = \text{const}$)	$A = p \cdot (V_2 - V_1)$	(15)
Ізотермічний процес ($T = \text{const}$)	$A = \frac{m}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu \cdot RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$	(16)
Ізохорний процес ($V = \text{const}$)	$A = 0$	(17)

4.2. Перший закон термодинаміки

Якщо робочому тілу (газу) надати кількість тепла δQ , відбувається зміна його внутрішньої енергії на величину dU , і газ виконує елементарну роботу δA , причому виконується рівність

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (18)$$

Елементарна робота визначена формулою (13), а зміна внутрішньої енергії для ідеального газу є повним диференціалом:

$$dU = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R \cdot dT. \quad (19)$$

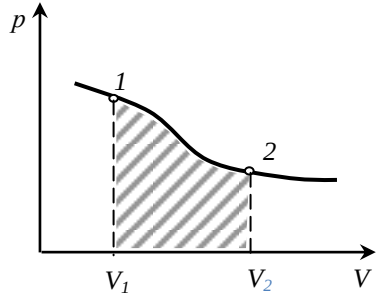


Рис.8

(dT – зміна температури). Звернемо увагу: зміна внутрішньої енергії визначається виключно параметрами початкового та кінцевого стану газів, тобто на відміну від роботи не залежить від характеру термодинамічного процесу. Тому зміна внутрішньої енергії є **функцією стану**.

В інтегральному вигляді перший закон термодинаміки можна представити для відомих ізопроцесів: кількість тепла, передана газу при переході із стану 1 до стану 2, визначається таким чином:

Ізобарний процес ($p = \text{const}$)	$Q = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R \cdot (T_2 - T_1) + p \cdot (V_2 - V_1)$	(20)
Ізотермічний процес ($T = \text{const}$)	$Q = \frac{m}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$	(21)
Ізохорний процес ($V = \text{const}$)	$Q = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R \cdot (T_2 - T_1)$	(22)

4.3. Теплоємність тіла у даному процесі називають кількість тепла, яку необхідно надати тілу для збільшення його температури на 1 К

$$C_m = \frac{dQ}{dT}. \quad (23)$$

Для газів вводять молярну теплоємність (кількість тепла, необхідну для нагріву 1 моля газу на 1 К). Як випливає з першого закону термодинаміки, кількість тепла, а відповідно, і молярна теплоємність залежать від процесу, тобто обидва параметри є функціями процесу. Нижче надані вирази для визначення молярних теплоємностей у відомих ізопроцесах.

При $V = \text{const}$	$C_{\mu V} = \frac{i}{2} R$	(24)
При $p = \text{const}$	$C_{\mu p} = C_{\mu V} + R = \left(\frac{i}{2} + 1\right) \cdot R$	(25)
При $T = \text{const}$	$C_T \rightarrow \infty$	(26)

Внутрішня енергія довільної кількості газу (енергія теплового руху молекул) таким чином може бути записана з використанням молярної теплоємності при сталому об'ємі:

$$U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot RT = \frac{m}{\mu} \cdot C_{\mu V} \cdot T. \quad (27)$$

Молярні теплоємності в ізохорному і ізобарному процесах зв'язані виразом (25), яке має назву **рівняння Майєра**. Отже молярна теплоємність визначається виключно числом ступенів свободи молекули газу, і не залежить від інших параметрів ідеального газу.

Питома теплоємність газу $c = C / m$ (для 1 кг ідеального газу) зв'язана з молярною теплоємністю C_μ співвідношенням

$$c = C_\mu / \mu. \quad (28)$$

Відповідно в ізобарному та ізохорному процесах маємо

$$c_{numP} = \frac{\tilde{n}_{\mu P}}{\mu}, \quad c_{numV} = \frac{\tilde{n}_{\mu V}}{\mu}.$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Газ, який займає об'єм 20 л за нормальних умов, ізотермічно розширили до об'єму 60 л. Визначити роботу розширення газу та кількість тепла, яку потребує цей процес.

Дано:

$$V_1 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 60 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$P_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$T_1 = 273 \text{ К}$$

$$A = ? \quad Q = ?$$

Розв'язання

Відомо, що в ізобарному процесі робота визначається виразом (16) а саме

$$A = \frac{m}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Виходячи з рівняння Менделєєва-Клапейрона маємо

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} \cdot RT_1 \Rightarrow A = P_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

В ізотермічному процесі зміна внутрішньої енергії дорівнює нулю, тому

$$Q = A = P_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{60}{20} = 219,7 \text{ Дж}$$

Відповідь. У процесі розширення виконана робота 219,7 Дж, яка потребувала такої ж кількості тепла.

Приклад 2. Газ, який займає об'єм 20 л за нормальних умов, ізобарно нагріли до 80 °С. Визначити роботу розширення газу.

Дано:

$$V_1 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$P_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$T_1 = 273 \text{ К}$$

$$T_2 = 353 \text{ К}$$

$$A = ?$$

Розв'язання

Відомо, що в ізотермічному процесі робота визначається виразом (15) а саме

$$A = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Для визначення зміни об'єму запишемо рівняння Менделєєва-Клапейрона для кінцевого та початкового станів

$$p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} \cdot RT_2$$

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} \cdot RT_1$$

Враховуючи, що процес ізобарний, після почленного віднімання, отримаємо вираз, що представляє собою роботу, представлену через зміну температури

$$A = p_1 \cdot (V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot (T_2 - T_1)$$

Кількість газу визначаємо з першого рівняння

$$\frac{m}{\mu} \cdot R = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}$$

Запишемо розв'язок задачі у загальному вигляді і підставимо числові значення

$$A = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} \cdot (T_2 - T_1) = 586 \text{ Дж}$$

Відповідь. У процесі розширення виконана робота 586 Дж.

Приклад 3. Теплоємність певної кількості двоатомного газу в ізохорному процесі становить 246 Дж/К. Якою буде теплоємність цього газу в ізобарному процесі?

Дано:

$$C_V = 246 \text{ Дж / К}$$

$$A = ?$$

Розв'язання

Для одного молю довільного газу відоме рівняння Майера

$$C_{\mu P} = C_{\mu V} + R = \frac{i}{2} \cdot R + R$$

Отже для довільної кількості газу

$$C_P = \frac{m}{\mu} \cdot C_{\mu P} = \frac{m}{\mu} \cdot C_{\mu V} + \frac{m}{\mu} \cdot R = \frac{i}{2} \cdot R + R$$

Визначимо кількість молів газу з умови задачі

$$C_V = \frac{m}{\mu} \cdot C_{\mu V} = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \Rightarrow \frac{m}{\mu} = \frac{2 \cdot C_V}{i \cdot R}$$

Отримаємо розв'язання задачі у загальному вигляді

$$C_P = \frac{m}{\mu} \cdot C_{\mu P} = C_V + \frac{m}{\mu} \cdot R = C_V + \frac{2 \cdot C_V}{i} = 344,4 \text{ Дж}$$

Відповідь. Теплоємність даної кількості газу в ізобарному процесі становить 344,4 Дж.

Задачі для самостійного розв'язання

36. Чому дорівнює робота, яку виконує один моль двоатомного газу при ізобаричному нагріванні на 10°C .
37. Визначити початкову температуру азоту масою 0.28 кг, якщо при ізобаричному нагріванні до 500 К газ виконав роботу 8.31 кДж.
38. Газ, який займає об'єм 20 л за нормальних умов, ізобарно нагріли до 80°C . Визначити роботу розширення газу.
39. 10.5 г азоту ізотермічно розширюється при температурі -23°C від тиску 2.5 атм до тиску 1 атм. Знайти роботу, що виконує газ при розширенні.

40. При ізотермічному розширенні 10 г азоту, температура якого підтримується на рівні 17 °С, була виконана робота 860 Дж. У скільки разів змінився тиск азоту при розширенні?
41. Робота ізотермічного розширення 10 г деякого газу становить 575 Дж. При цьому процесі його об'єм збільшився вдвічі. Знайти середню квадратичну швидкість молекул газу при таких умовах.
42. Яку кількість теплоти необхідно витратити для нагрівання на 100 °С одного моля азоту при сталому об'ємі?
43. Яку кількість теплоти необхідно витратити для нагрівання 30 г кисню від 350 К до 490 К при сталому тиску 1,3 Атм? 0,24 Атм?
44. Визначити молярну та питому теплоємність в ізобарних процесах таких газів: хлористого водню, кисню, неону, молекулярного та повністю дисоційованого йоду, водяної пари, вуглекислого газу.
45. Знайти зміну внутрішньої енергії газу, який отримує зовні кількість теплоти 1,5 кДж, якщо при цьому газ штовхає поршень із силою 10^4 Н на відстань 10 см.
46. 2 л азоту знаходяться під тиском 10^5 Па. Яку кількість тепла необхідно передати азоту, щоб а) в ізобарному процесі збільшити його об'єм вдвічі; б) в ізохорному процесі тиск збільшити вдвічі?
47. В замкненій посудині об'ємом 2 л знаходиться азот, густина якого дорівнює 1,4 кг/м³. Яку кількість теплоти необхідно надати газу, щоб підвищити його температуру на 100 °С? Як зміниться густина газу під час такого процесу?
48. Молярна маса газу дорівнює $44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, а відношення $c_{\mu P} / c_{\mu V} = 1,33$. За цими даними визначити питомі теплоємності c_{numP} і c_{numV} .
49. Визначити питомі теплоємності c_{numP} і c_{numV} деякого двоатомного газу, якщо його густина при нормальних умовах дорівнює 1.43 кг/м³.
50. Визначити питому теплоємність c_{numP} суміші, що складається з 2 кмолей азоту та 3 кмолей аргону.
51. Знайти $c_{\mu P} / c_{\mu V}$ для газової суміші, що містить 8 г гелію та 16 г кисню.

Приклади тестових запитань

1. Відбувається ізобарне розширення газу, його температура змінюється від T_o до T_e і зростає в 3 рази. Робота, що виконує газ у цьому процесі, пропорційна

1. $3T_o$
2. $\ln 3$
3. $3 \cdot (T_e - T_o)$
4. $(T_e - T_o) \cdot \ln 3$
5. $(T_e - T_o)$
6. немає правильного виразу

2. Відбувається ізотермічне розширення газу, його об'єм змінюється від V_o до V_e і зростає в 3 рази. Робота, що виконує газ у цьому процесі, пропорційна

1. $3V_o$
2. $\ln 3$
3. $3(V_k - V_o)$
4. $(V_k - V_o) \cdot \ln 3$
5. $(V_k - V_o)$
6. немає правильного виразу

3. Зміна внутрішньої енергії ідеального газу в ізобарному процесі становить ΔU . Виконана робота дорівнює

1. $\frac{i \cdot R}{2} \cdot \Delta U$
2. $\frac{i \cdot \Delta U}{2}$,
3. $\frac{\Delta U}{i \cdot 2}$
4. $\frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R$
5. 0

6. немає правильного виразу

4. Зміна внутрішньої енергії ідеального газу в ізохорному процесі становить ΔU . Виконана робота дорівнює

1. $\frac{i \cdot R}{2} \cdot \Delta U$
2. $\frac{i \cdot \Delta U}{2}$,
3. $\frac{\Delta U}{i \cdot 2}$
4. $\frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R$
5. 0

6. немає правильного виразу

5. На рис. 9 показані термодинамічні процеси 1-2 і 3-4. Знайти справедливі співвідношення

1. $A_{12} > A_{34}$
2. $A_{12} < A_{34}$
3. $A_{12} = -A_{34}$
4. $A_{12} = A_{34} = 0$
5. немає правильної відповіді

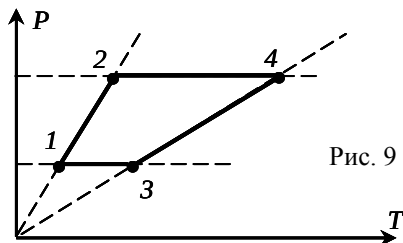


Рис. 9

6. На рис. 9 показані термодинамічні процеси 1-3 і 4-4. Знайти, у якій відповіді обидва співвідношення справедливі

1. $U_{24} > A_{24}$, $U_{24} > U_{13}$
2. $A_{13} > A_{24}$, $U_{24} > U_{13}$
3. $A_{13} < A_{24}$, $Q_{13} > Q_{24}$
4. $A_{13} = A_{34}$, $Q_{13} > U_{13}$

5. немає правильного набору

7. Для двох газів кисню (O_2) (індекс 1) і водню (H_2) (індекс 2) між молярними теплоємкостями виконуються співвідношення

1. $C_{V1} > C_{V2}$, $C_{P1} > C_{P2}$
2. $C_{V1} < C_{V2}$, $C_{P1} > C_{P2}$
3. $C_{V1} = C_{V2}$, $C_{P1} = C_{P2}$
4. $C_{V1} > C_{V2}$, $C_{P1} > C_{P2}$

5. немає правильного набору

8. Температура двоатомного газу зростає в 3 рази. Його питома теплоємність

1. зростає в 3 рази
2. зменшується в 3 рази
3. зростає в 9 раз
4. зменшується в 1,4 рази
5. зменшується в 1,4 рази
6. не змінюється

5. Адіабатний процес

Процес, який протікає без теплообміну з навколишнім середовищем, називають адіабатним процесом. **Рівняння адіабатного процесу (рівняння Пуассону)** можна записати у трьох варіантах

$pV^\gamma = \text{const}$	$TV^{\gamma-1} = \text{const}$	$T \cdot p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}$	(29)
$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma$	$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$	$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$	(30)

Параметр γ називають **показником адіабати** або **показником Пуассона**, він представляє собою відношення молярних теплоємкостей $C_{\mu P}$ і $C_{\mu V}$, отже

$$\gamma = \frac{C_{\mu P}}{C_{\mu V}} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}. \quad (31)$$

На рис.10 показані графіки адіабатного розширення газу (процес 1-2) та ізотермічного розширення (процес 1-3). Крутіший спад тиску в адіабатному розширенні зумовлені тим, що показник Пуассону для всіх газів більше одиниці.

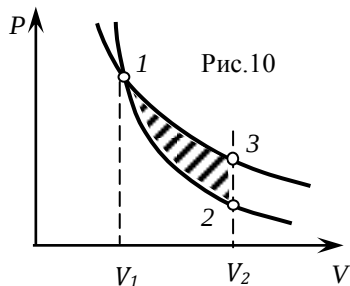
З рис.10 також випливає, що при однаковій зміні об'єму в ізотермічному процесі газ виконує більшу роботу, ніж в адіабатному.

Роботу, яку виконує газ при адіабатному переході із стану 1, що характеризують параметри (p_1, V_1, T_1) до стану 2 з параметрами (p_2, V_2, T_2) можна знайти по одній з трьох формул

$$A = \frac{RT_1}{\gamma-1} \cdot \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{RT_1}{\gamma-1} \cdot \frac{m}{\mu} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{p_1 V_1 (T_1 - T_2)}{(\gamma-1) T_1} \quad (32)$$

Застосування першого закону термодинаміки для адіабатних процесів дозволяє визначати роботу розширення або стиснення газу без використання громіздких розрахунків за формулами (30). За визначенням, для адіабатного процесу $dQ=0$, тому вираз (19) можна переписати у вигляді

$dU = -p \cdot dV$ – зростання внутрішньої енергії газу в адіабатному процесі можливо тільки внаслідок роботи зовнішніх сил по стисненню газу;



$p \cdot dV = -dU$ – робота розширення ідеального газу виконується за рахунок його внутрішньої енергії, тобто завжди супроводжується зменшенням його температури.

При адіабатному розширенні ідеального газу в пустоту ($p = 0$) робота не виконується, отже зниження температури не відбувається.

Теплоємність адіабатного процесу дорівнює нулю.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Двоатомний газ, який займає об'єм 20 л за нормальних умов, адіабатно розширили до об'єму 80 л. Визначити роботу розширення газу, зміну внутрішньої енергії та кількість тепла, яку потребує цей процес.

Дано:

$$V_1 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 80 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$P_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$T_1 = 273 \text{ К}$$

Розв'язання

У даній задачі доцільніше відповідати на запитання у такому порядку: знайти зміну внутрішньої енергії ΔU , потім, виходячи з того, що процес адіабатний $Q = 0$, знайти величину роботи, як $\delta A = p \cdot dV = -dU \Rightarrow A = -\Delta U$
Запишемо вираз для внутрішньої енергії

$$A = ? \quad \Delta U = ? \quad Q = ?$$

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R \cdot (T_2 - T_1)$$

Кінцеве значення температури знайдемо з рівняння Пуассона

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 273 \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^{0,4} = 273 \cdot 0,574 = 157 \text{ К}$$

Множник, що стоїть перед різницею температур, визначимо з рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$\frac{m}{\mu} \cdot R = \frac{P_1 \cdot V_1}{T_1}$$

Враховуючи, що для двоатомного газу $i=5$, отримаємо розв'язок у загальному вигляді

$$\Delta U = \frac{P_1 V_1}{T_1} \cdot \frac{5}{2} \cdot (T_2 - T_1) = \frac{10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{273} \cdot (157 - 273) = -850 \text{ Дж}$$

Від'ємне значення внутрішньої енергії означає, що газ охолоджується в процесі розширення.

Відповідь. У процесі розширення газ виконує роботу 850 Дж, зміна внутрішньої енергії становить – 850 Дж, кількість наданого газу тепла дорівнює нулю, тому що процес адіабатний.

Задачі для самостійного розв'язання

52. Визначити коефіцієнт Пуассона для одноатомного газу.
53. В результаті адіабатичного розширення температура 20 г кисню знижується на 30 К. Визначити зміну внутрішньої енергії та роботу газу.
54. Азот масою 5 г при температурі 40 °С був адіабатично стиснутий таким чином, що його об'єм зменшився в 5 разів. Визначити кінцеву температуру газу і роботу стиснення.
55. Об'єм водню, що займає при тиску 2 атм об'єм 20 л, адіабатно збільшується в 3 рази. Знайти кінцевий тиск та роботу газу.
56. При адіабатному стисненні тиск азоту збільшився в 4 рази. У скільки разів змінився об'єм та абсолютна температура?
57. Чому дорівнює коефіцієнт Пуассона та число ступенів свободи молекул газу, при адіабатному стисненні якого об'єм зменшується в 10 разів, а тиск збільшується в 21.4 рази?
58. У скільки разів потрібно стиснути пальну суміш у циліндрі двигуна, щоб вона загорілася (це відбувається при температурі 800 °С), якщо початкова температура 70 °С? Пальну суміш вважати багатоатомним газом.
59. Газ знаходиться у стані 1. Йому створюють умови, щоб об'єм збільшився в два рази. В одному випадку процес відбувається ізобарно, в іншому – адіабатно. У якому процесі робота розширення газу є більшою? Накреслити графіки в координатах PV .

Приклади тестових запитань

1. Відбувається адіабатне розширення газу, його температура змінюється від T_o до T_k . Між початковою і кінцевою температурами можливі такі співвідношення

1. $T_k > T_o$
2. $T_k = T_o$
3. $(T_k - T_o) > 0$
4. $(T_k - T_o) = 273K$
5. $T_k < T_o$
6. немає правильного виразу

2. Відбувається адіабатне розширення газу, його об'єм зростає у першому процесі від V_o до V_k , у другому процесі від V_o до $3V_k$. Кількість тепла, яку отримав газ в обох процесах знаходиться у співвідношенні

1. $Q_1 = 3 \cdot Q_2$
2. $3 \cdot Q_1 = Q_2$
3. $Q_1 = Q_2 = 0$
4. $(Q_2 - Q_1) \cdot \ln 3 = 1$
5. $(Q_2 / Q_1) = 3^{\gamma}$
6. немає правильного виразу

3. Для зміни внутрішньої енергії ідеального газу в адіабатному процесі справедливе співвідношення

1. $\Delta U = 0$
2. $\Delta U = Q$
3. $\Delta U = A$
4. $\Delta U = -Q$
5. $\Delta U = -A$
6. немає правильного виразу

6. Політропні процеси

Процеси, у яких залишається незмінною теплоємність газу, називають **політропними**. Загальне рівняння довільного політропного процесу записують у вигляді

$$pV^n = \text{const} . \quad (33)$$

Показник ступеню n називають **показником політропи**, і він зв'язує молярну теплоємність c даного політропного процесу, з молярними ізобарною і ізохорною теплоємностями

$$n = \frac{c - c_{\mu P}}{c - c_{\mu V}} . \quad (34)$$

Отже, якщо відомий показник n , можна визначити молярну теплоємність газу c , розв'язавши рівняння (32) відносно цього параметру.

Усі ізопроцеси є політропними, їх характерні параметри представлені в таблиці:

Процес	Показник політропи	Молярна теплоємність
Ізобарний	0	$c_{\mu P}$
Ізотермічний	1	$\pm\infty$
Ізохорний	$+\infty$	$c_{\mu V}$
Адіабатний	$c_{\mu P} / c_{\mu V}$	0

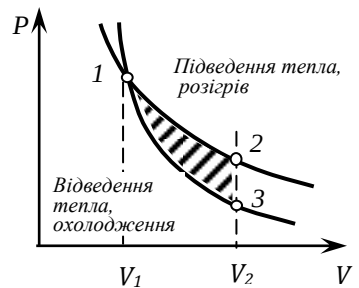


Рис.11

Користуючись рис. 11, покажемо доцільність введеного узагальнення «політропні процеси» для аналізу термодинамічних процесів.

Двохатомний газ знаходиться у стані **1**. Необхідно реалізувати його розширення від V_1 до V_2 , для цього існує нескінченно багато політропних процесів. На рисунку виділені два характерних процеси: **1-2** – ізотермічне розширення ($n=1$), який відбувається при незмінній температурі і потребує підведення тепла; **1-3** – адіабатне розширення ($n=\gamma=1,4$), у якому тепло не підводиться і відбувається зниження температури газу.

Для всіх процесів, графіки яких більш пологі, ніж ізотерма, розширення потребує підведення тепла, і це супроводжується розігрівом газу. Всі процеси, графіки яких лежать нижче адіабати, при розширенні охолоджуються і потребують відведення тепла.

Очевидно, що всі процеси розширення газу, графіки яких лежать у заштрихованій області ($1 < n < 1,4$), потребують **підведення тепла**, і при цьому

відбувається **зниження температури газу**. Отже, теплоємність газу у таких процесах є від'ємною величиною.

Робота розширення газу у довільному політропному процесі визначається виразом

$$A = \frac{1}{n-1} \cdot (p_1 V_1 - p_2 V_2) \quad (35)$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Молярна теплоємність двоатомного ідеального газу у політропному процесі дорівнює $c_{\mu V} / 2$. Чому дорівнює показник політропи для такого процесу? Який вигляд рівняння, що зв'язує тиск і об'єм газу?

Дано:

$$c = c_{\mu V} / 2$$

$$n = ?$$

Розв'язання

Скористаємося виразом (34), що зв'язує теплоємності та показник політропи

$$n = \frac{c - c_{\mu P}}{c - c_{\mu V}}.$$

Підставимо значення молярної ізобарної та ізохорної теплоємностей і отримаємо

$$n = \frac{c - c_{\mu P}}{c - c_{\mu V}} = \frac{\left(\frac{i}{2}\right)R - 2 \cdot \left(\frac{i}{2}\right)R - 2 \cdot R}{\left(\frac{i}{2}\right)R - 2 \cdot \left(\frac{i}{2}\right)R} = \frac{\frac{i}{2} + 2}{\frac{i}{2}} = \frac{4,5}{2,5} = 1,8$$

Відповідь. Показник політропи дорівнює 1,8. Рівняння політропного процесу має вигляд $pV^{1,8} = \text{const}$. Порівнюючи це рівняння з рівнянням адиабати, і користуючись поясненнями до рис.11, можна стверджувати, що при розширенні такого газу відбувається його охолодження, і від системи відбирають тепло.

Приклад 2. У деякому політропному процесі залежність $P(V)$ для двоатомного газу визначається функцією $P \cdot V^{0,4} = \text{const}$. Яку кількість тепла необхідно надати 2 молям такого газу, щоб збільшити його температури від 0 до 350 °С.

Дано:

$$n = 0,4$$

$$T_1 = 273\text{K}$$

$$T_2 = 623\text{K}$$

$$\nu = 2$$

$$Q = ?$$

Розв'язання

Для довільного процесу справедливо, що

$$Q = \frac{m}{\mu} \cdot c \cdot (T_2 - T_1)$$

Скористаємося виразом (34), що зв'язує теплоємність процесу та показник політропи, щоб скласти рівняння

$$0,4 = \frac{c - c_{\mu P}}{c - c_{\mu V}}.$$

Розв'яжемо рівняння відносно молярної теплоємності

$$0,4 \cdot (c - c_{\mu V}) = c - c_{\mu P}$$

Розкриємо дужки і виконаємо перетворення

$$c_{\mu P} - 0,4 \cdot c_{\mu V} = c - 0,4 \cdot c \Rightarrow \left(\frac{i}{2}\right)R + R - 0,4 \cdot \left(\frac{i}{2}\right)R = 0,6 \cdot c$$

Для розрахунків маємо вираз

$$c = \left(\frac{i}{2}\right)R + \frac{R}{0,6} = 34,63 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

Далі визначаємо кількість тепла, що потребує газ для розігріву у вказаному діапазоні температур

$$Q = \frac{m}{\mu} \cdot c \cdot (T_2 - T_1) = 2 \cdot 34,63 \cdot (623 - 273) = 2,424 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

Відповідь. Для розігріву газу у даному процесі потрібно 2,424 Дж тепла.

Задачі для самостійного розв'язання

60. На графіку рис.16 показати схематично політропний процес, у якому а) газ виконує позитивну роботу і його температура зростає; б) газ віддає тепло у навколишнє середовище і його температура зростає.
61. Теплоємність ідеального газу у політропному процесі дорівнює $C_{\mu V} / 2$. Чому дорівнює показник політропи для такого процесу?
62. Теплоємність ідеального газу у політропному процесі дорівнює $C_{\mu P} / 2$. Чому дорівнює показник політропи для такого процесу? Якою функцією зв'язані тиск та об'єм газу у такому процесі?
63. Експериментально визначено, молярна теплоємність ідеального газу у даному процесі дорівнює $2R$ Дж/моль. Якою функцією визначається залежність тиску від об'єму газу у такому процесі?
64. Експериментально визначена молярна теплоємність ідеального газу у деякому процесі дорівнює $-2R$ Дж/моль. Який вигляд має функція $P(V)$ у такому процесі? Який сенс має від'ємна теплоємність?
65. Показник політропи даного газу дорівнює 1,7. Визначити теплоємність даного процесу. Що відбувається при розширенні такого газу, його розігрів, чи охолодження?

66. Показник політропи деякого процесу, що відбувається з ідеальним газом, дорівнює 1,1. Показати на графіку у PV -координатах приблизний хід залежності $P(V)$ при розширенні такого газу.
67. У деякому політропному процесі залежність $P(V)$ визначається функцією $P \cdot V^{0,5} = \text{const}$. Яку кількість тепла необхідно надати 2 молям такого газу, щоб збільшити його температури від 0 до 350 °С.
68. У деякому політропному процесі залежність $P(V)$ для двоатомного газу визначається функцією $P \cdot V^{1,15} = \text{const}$. Температура газу зменшується на 150 К. Яка кількість тепла відповідає такій зміні температури? Визначити, що відбувається у такому процесі, тепло передають термодинамічній системі або відбирають від неї?
69. У деякому політропному процесі залежність $P(V)$ для двоатомного газу визначається функцією $P = \alpha \cdot V$. Чому дорівнює показник політропи та молярна теплоємність такого процесу? $\alpha = \text{const}$
70. У процесі тиск і об'єм газу зв'язані функцією $P = \alpha \cdot \sqrt{V}$. Чи є такий процес політропним? Чому дорівнює показник політропи та молярна теплоємність двоатомного газу у такому процесі? $\alpha = \text{const}$
71. Показник політропи деякого процесу дорівнює $-0,5$. Яку кількість тепла необхідно надати 1 молю двоатомного газу, щоб підвищити його температуру на 100 градусів? Яку роботу розширення виконує газ у цьому процесі?
72. При деякому політропному процесі гелій був стиснений від початкового об'єму 4 л до кінцевого об'єму 1 л. Тиск при цьому підвищився від 1 до 8 атм. Знайти показник політропи, теплоємність всієї маси гелію, якщо його початкова температура була 27 °С.
73. Обчислити молярну теплоємність ідеального газу для процесу, в якому тиск прямо пропорційний об'єму. Розглянути випадки одноатомних, двоатомних, трьохатомних молекул.

Приклади тестових запитань

1. У даному політропному процесі до двоатомного газу підводять тепло, він розширюється і нагрівається. Для показника політропи справедливо

- | | |
|--------------------|--------------------------------|
| 1. $1 > n > 0,4$ | 2. $1 < n < 1,4$ |
| 3. $1,4 > n > 1,8$ | 4. $n = 1,4$ |
| 5. $n = 1,66$ | 6. не має правильної відповіді |

2. ізотермічний процес належить до політропних

- | | | |
|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. завжди | 2. ніколи. | 3. тільки при розширенні газу |
| 4. тільки для двоатомних газів | 5. тільки при зростанні тиску | |

7. Циклічні процеси

7.1. Тепловий двигун. Тепловим двигуном є пристрій, у якому організований циклічний термодинамічний процес, внаслідок чого забезпечується періодичне виконання певної корисної роботи A . Тепловий двигун обов'язково вміщує нагрівач та холодильник.

Від **нагрівача** робочому тілу (газу) передається кількість тепла Q_1 , і під час розширення газ виконує позитивну роботу. Щоб повернути систему в початковий стан, необхідно стиснути газ (зовнішні сили виконують роботу) і щоб запобігти розігріву газу під час стискання, холодильник відбирає від робочого тіла кількість тепла Q_2 .

Різниця $Q_1 - Q_2$ визначає **корисну роботу** циклу A . В загальному випадку **коефіцієнт корисної дії** (ККД) теплового двигуна визначається як

$$\eta = \frac{Q_n - Q_x}{Q_n} = \frac{A}{Q_n} \quad (36)$$

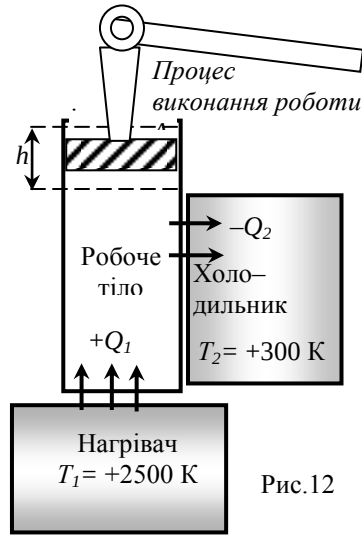


Рис.12

Найбільш економічним тепловим двигуном є такий, що реалізує прямий **цикл Карно**. Він складається з процесів: **1-2** – ізотермічне розширення газу при температурі $T_{нагр}$, **3-4** – ізотермічне стиснення при температурі ($T_{холод}$). Перехід з одної ізотерми на іншу відбувається внаслідок адіабатного розширення (2-3) і адіабатного стиснення (4-1) робочого тіла.

1 теорема Карно. ККД циклу Карно не залежить від типу робочого тіла, а визначається тільки температурами нагрівача T_n і холодильника T_x

$$\eta = \frac{Q_n - Q_x}{Q_n} = \frac{T_n - T_x}{T_n} \quad (37)$$

2 теорема Карно. Для довільного циклічного процесу ККД завжди нижчий за ККД циклу Карно, ізотерми якого відповідають найвищій і найнижчій температурам обраного циклічного процесу.

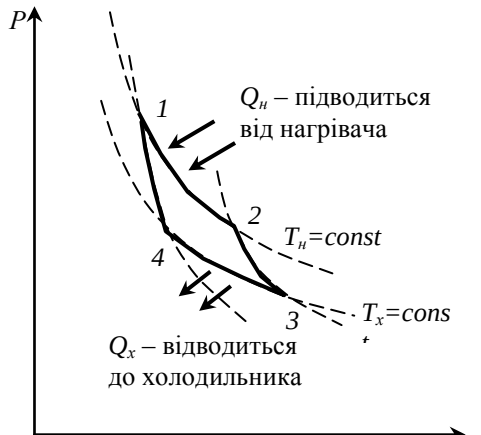


Рис.13

V

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Яка може бути максимальна потужність ідеального двигуна, якщо в кожному циклі він одержує кількість теплоти 1000 Дж від нагрівача з температурою 1000 К? Температура холодильника 27⁰С. Тривалість циклу 0,1 с.

Дано:

$$Q_n = 10^3 \text{ Дж}$$

$$\Delta t = 0,1 \text{ с}$$

$$T_i = 1000 \text{ К}$$

$$T_{\delta} = 300 \text{ К}$$

$$N = ?$$

Розв'язання

З механіки відомо, що потужність визначається відношенням

$$N = \frac{A}{\Delta t}$$

Щоб визначити корисну роботу циклу, знайдемо його ККД

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 0,70 = 70\%$$

Користуючись формулою (37), виразимо корисну роботу циклу

$$\eta = \frac{A}{Q_i} \Rightarrow A = \eta \cdot Q_i$$

Отримаємо кінцеву формулу і виконаємо розрахунки

$$N = \frac{A}{\Delta t} = \frac{\eta \cdot Q_n}{\Delta t} = \frac{0,70 \cdot 1000}{0,1} = 7 \text{ кВт}$$

Відповідь. Потужність теплового двигуна становить 7 кВт.

Приклад 2. Два моля повітряної суміші використовуються як робоче тіло ідеального циклу Карно. У процесі ізотермічного розширення збільшується об'єм з 15 л до 60 л і температура підтримується на рівні 550 К. Яким є ККД та корисна робота циклу, якщо холодильником у даному процесі є навколишнє середовище (18⁰С)? На який максимальний тиск має бути розрахований пристрій? Якої кількості тепла потребує пристрій протягом одного циклу?

Дано:

$$V_1 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 60 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$T_i = 550 \text{ К}$$

$$T_{\delta} = 291 \text{ К}$$

$$\nu = 2$$

$$\eta = ? \quad A = ?$$

$$P_{\max} = ? \quad Q_i = ?$$

Розв'язання

З діаграми циклу Карно (рис.13) випливає, що єдиний процес, у якому робочому тілу надається тепло від нагрівача, є ізотермічне розширення газу.

$$Q_n = A_{12} = \frac{m}{\mu} \cdot RT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = 6704 \text{ Дж}$$

Знайдемо його ККД циклу

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{550 - 291}{550} = 0,47$$

Користуючись формулою (37), визначимо корисну роботу циклу

$$\eta = \frac{A}{Q_i} \Rightarrow A = \eta \cdot Q_n = 3151 \text{ Дж.}$$

Максимальний тиск в системі спостерігається у стані **1**, тому користуючись формулою Менделєєва-Клапейрону визначимо

$$P_1 V_1 = \frac{m}{\mu} \cdot R T_1 \Rightarrow P_1 = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{R T_1}{V_1} = 6,094 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Відповідь. Максимальний тиск в двигуні становить $6,094 \cdot 10^5$ Па, коефіцієнт корисної дії 47%, корисна робота циклу 3151 Дж за рахунок 6704 Дж тепла.

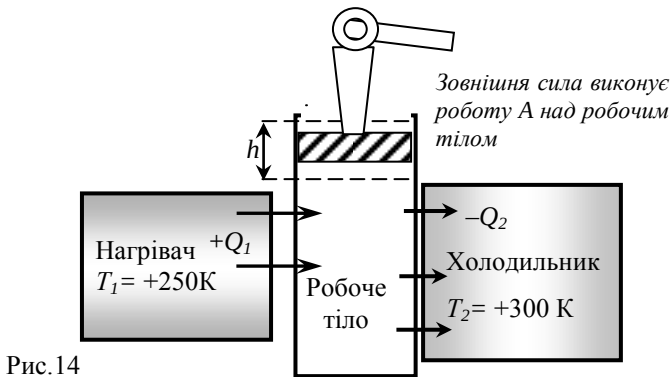
Задачі для самостійного розв'язання

74. Температура нагрівача ідеальної теплової машини 117°C , а холодильника 27°C . Кількість тепла, що нагрівач передає робочому тілу за 1 с становить 60 кДж. Визначити ККД машини, кількість тепла, що передано холодильнику за 1 с, потужність теплової машини
75. В ідеальній тепловій машині, що працює за циклом Карно за рахунок кожного кілоджоуля тепла, отриманого від нагрівача, виконується робота 300 Дж. Визначити ККД машини та температуру нагрівача, якщо температура холодильника 280 K .
76. Теплова машина працює за циклом Карно. Як зміниться ККД машини, якщо для однієї і тієї самої кількості теплоти, що отримана за цикл, робота зменшиться удвічі?
77. У скільки разів температура холодильника машини Карно має бути меншою від температури нагрівача, щоб ККД дорівнював 50% ?
78. Газ здійснює цикл Карно. Робота ізотермічного розширення газу 5 Дж. Визначити роботу ізотермічного стиснення, якщо ККД циклу дорівнює 20 відсотків.
79. Теплова машина працює за циклом Карно. Температура нагрівача 400 K , температура холодильника 300 K . Визначити роботу за один цикл та кількість теплоти, що одержана машиною від холодильнику.
80. Визначити, на скільки відсотків зміниться ККД прямого циклу Карно, якщо температура нагрівача 800 K , а температура холодильника зменшилася від 400 до 300 K .
81. За рахунок 2 кДж теплоти, яку одержує від нагрівача машина, яка працює по циклу Карно, створює роботу 1 кДж. Температура нагрівача 600 K . Визначити температуру холодильника.
82. Якою є максимальна потужність ідеального двигуна, якщо в кожному циклі він одержує кількість теплоти 1000 Дж від нагрівача з температурою 1000 K ? Температура холодильника 27°C . Тривалість циклу 0,1 с.
83. Теплова машина працює за циклом Карно, а її ККД=60%. У скільки разів кількість теплоти, одержана при ізотермічному розширенні робочого тіла, більша за кількість теплоти, яку робоче тіло віддало при ізотермічному стисканні?

7.2. Холодильна машина – це пристрій, у якому реалізують циклічний процес у зворотному напрямку, і нагрівачем є об'єкт, що потребує охолодження. Отже, внаслідок виконання роботи A від об'єкту відводиться кількість тепла Q_1 . Ефективність холодильної машини характеризують холодильним коефіцієнтом ζ , який визначається формулою

$$\zeta = \frac{Q_1}{A} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} \quad (35)$$

Холодильна машина може виконувати функцію **теплового насосу**. У такому пристрої протягом зворотного замкнутого циклу виконується від'ємна робота A . Наслідком такого циклічного процесу є передача тепла від тіл з меншою температурою до тіл з більшою температурою.



Отже, такі пристрої можна використовувати як економічні нагрівачі приміщень. Приміщення виконує роль холодильника і отримує від робочого тіла кількість тепла Q_2 . Параметр χ , який характеризує ефективність теплового насоса, можна записати по аналогії з формулою (32), тобто

$$\chi = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} \quad (36)$$

Задачі для самостійного розв'язання

84. Ідеальна холодильна машина, яка працює за зворотним циклом Карно, створює за один цикл роботу 40 кДж. При цьому вона бере тепло від тіла з температурою -10°C та передає тепло тілу з температурою $+17^\circ\text{C}$. Визначити: 1) ККД циклу; 2) кількість теплоти, що одержана від холодного тіла; 3) кількість теплоти, яка віддана гарячому тілу.
85. Ідеальна холодильна машина працює за зворотним циклом Карно і використовується як тепловий насос для обігріву приміщення. Тепло відбирається від навколишнього середовища з температурою -4°C . Температура у приміщенні має підтримуватися на рівні $+25^\circ\text{C}$.

Визначити коефіцієнти ζ і χ для такого пристрою. Яку роботу має виконати холодильна машина протягом кожного циклу, щоб забезпечити потужність теплового потоку, спрямованого до кімнати на рівні 1, 5 кВт.

86. Ідеальна холодильна машина працює за зворотним циклом Карно. Тепло передається від резервуара з водою при температурі 0°C кип'ятильнику, з водою при температурі 100°C . Яку кількість води необхідно заморозити, щоб випарити кип'ятильником 1 кг води?
87. Ідеальна холодильна машина, що працює за зворотним циклом Карно, споживає потужність 636.8 кВт. Температура в холодильній камері дорівнює -10°C , температура навколишнього середовища 17°C . Знайти ККД циклу, кількість теплоти, що віднімається від холодильної камери за 1 с, кількість теплоти, що передається навколишньому середовищу за 1 с.

7.3. Довільні цикли. Цикл Карно складається з двох адіабатних та двох ізотермічних процесів – це найбільш економічний та екологічний цикл з усього різноманіття замкнених циклів. Реалізувати цикл Карно з ідеальним газом не має технічної можливості, і він має для термодинаміки такий самий сенс, як, наприклад, матеріальна точка або абсолютно тверде тіло для механіки, точковий заряд для електростатики. Деякі реальні процеси можна з достатнім наближенням розглядати як ізотермічні (фазові переходи випарування та конденсація, що відбуваються в реальних холодильних установках), або адіабатні (швидкий вихлоп). Реальні цикли, що реалізуються в техніці складаються з різних процесів, і їх ефективність порівнюють з ефективністю циклу Карно, побудованого на максимальній та мінімальній температурах даного реального циклу.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Ідеальний газ, що містить двохатомні молекули, виконує цикл, що складається з двох ізотерм і двох ізобар. Ізотерми відповідають температурам $t_1 = 40^{\circ}\text{C}$ і $t_2 = 150^{\circ}\text{C}$, ізобари відповідають тискам $P_{\max} = 2,5 P_{\min}$. Знайти ККД циклу. Порівняти з ККД циклу Карно, що відповідає максимальній і мінімальній температурі даного циклу.

Дано: $P_{\max} = 2,5 \cdot P_{\min}$ $T_1 = 313 \text{ K}$ $T_2 = 423 \text{ K}$	Розв'язання Для довільного циклу коефіцієнт корисної дії визначається виразом $\eta = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}}$
$\eta = ?$	Для розв'язання задачі доцільно зробити схематичний графік циклу, і визначити, на яких ділянках тепло надається газу від нагрівача, а на яких передається холодильнику.

На рис.15 показаний цикл, описаний в умові задачі. Процеси, які супроводжуються поглинанням тепла, це **1-2** ізобарне розширення газу та **2-3** ізотермічне розширення газу. Відповідно $Q_H = Q_{12} + Q_{23}$. Ділянка **3-4** (ізобарне стиснення) та ділянка **4-1** (ізотермічне стиснення) відповідають контакту робочого тіла з холодильником: $Q_X = Q_{34} + Q_{41}$. Виходячи з першого закону термодинаміки запишемо відповідні вирази

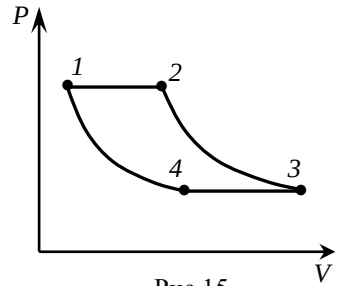


Рис.15

$$Q_{12} = \frac{m}{\mu} \cdot \left(\frac{i}{2} R + R \right) \cdot (T_2 - T_1)$$

$$Q_{23} = \frac{m}{\mu} \cdot R T_2 \cdot \ln \frac{P_2}{P_3}$$

$$|Q_{34}| = \frac{m}{\mu} \cdot \left(\frac{i}{2} R + R \right) \cdot (T_3 - T_4)$$

$$|Q_{41}| = \frac{m}{\mu} \cdot R T_1 \cdot \ln \frac{P_1}{P_4}$$

Запишемо загальний вираз для коефіцієнта корисної дії

$$\eta = \frac{Q_{12} + Q_{23} - |Q_{34}| - |Q_{41}|}{Q_{12} + Q_{23}}$$

Очевидно, що $Q_{12} - |Q_{34}| = 0$, також $P_2 / P_3 = P_1 / P_4 = 2,5$. Урахування цих співвідношень та скорочення на кількість молів газу дає вираз для ККД

$$\eta = \frac{R T_2 \cdot \ln \frac{P_2}{P_3} - R T_1 \cdot \ln \frac{P_1}{P_4}}{\left(\frac{i}{2} R + R \right) \cdot (T_2 - T_1) + R T_2 \cdot \ln \frac{P_2}{P_3}} = \frac{R \cdot \ln 2,5 \cdot (T_2 - T_1)}{R \cdot 3,5 \cdot (T_2 - T_1) + R \cdot T_2 \cdot \ln 2,5}$$

Отриманий вираз скоротимо на R і підставимо у нього чисельні значення

$$\eta = \frac{\ln 2,5 \cdot (T_2 - T_1)}{3,5 \cdot (T_2 - T_1) + T_2 \cdot \ln 2,5} = \frac{0,916 \cdot 110}{3,5 \cdot 110 + 423 \cdot 0,916} = 0,0889 = 8,9\%$$

Визначимо для порівняння ККД ідеального циклу Карно

$$\eta_{\text{Карно}} = \frac{T_{\text{max}} - T_{\text{min}}}{T_{\text{max}}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{423 - 313}{423} = 0,26 = 26\%$$

Відповідь. Коефіцієнт корисної дії даного циклу становить 8,9% і менший ККД відповідного ідеального циклу Карно 26%.

Приклад 2. Азот в кількості 0,2 моля виконує цикл, що складається з двох ізохор і двох ізобар. Ізобари відповідають тискам $P_{\text{max}} = 3,5$ Атм, $P_{\text{min}} = 1,5$ Атм. Об'єм змінюється від 2,5 л до 3,7 л. Знайти зміну внутрішньої енергії на кожній ділянці циклу, корисну роботу циклу та коефіцієнт корисної дії циклу. Порівняти його коефіцієнтом корисної дії ідеального циклу Карно, побудованого на ізотермах, що відповідають максимальній і мінімальній температурам даного циклу.

Дано:

$$P_{max} = 3,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$P_{min} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_{max} = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_{min} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$\nu = 0,2 \text{ моль}$$

$$A = ? \quad \eta = ?$$

$$\Delta U_{12} = ? \quad \Delta U_{23} = ?$$

$$\Delta U_{34} = ? \quad \Delta U_{41} = ?$$

Розв'язання

Цикл, що відповідає умові даної задачі зображений на рис.19. Процеси, які супроводжуються поглинанням тепла, це **1-2** ізобарне розширення газу та ізохорний нагрів **4-1**. Відповідно $Q_f = Q_{12} + Q_{41}$. Контакт азоту з холодильником відбувається у процесах **2-3** (ізохорне охолодження) та ділянка **3-4** (ізобарне стиснення), тому $Q_x = Q_{23} + Q_{34}$.

Для визначення зміни внутрішньої енергії на кожній ділянці циклу, необхідно визначити температури характерних точок циклу. Будемо виходити з рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$PV = \frac{m}{\mu} \cdot RT \Rightarrow T = \frac{PV \cdot \mu}{m \cdot R} = \frac{PV}{\nu \cdot R}$$

З рис.19, визначаємо, що $P_{min} = P_3 = P_4 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $P_{max} = P_1 = P_2 = 3,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$

Аналогічно $V_{max} = V_2 = V_3 = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ а також $V_{min} = V_1 = V_4 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Проведемо розрахунки: $T_1 = 526 \text{ К}$, $T_2 = 779 \text{ К}$, $T_3 = 334 \text{ К}$, $T_4 = 226 \text{ К}$.

Із загального виразу (19) отримаємо вираз для зміни внутрішньої енергії на кожній ділянці циклу

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot (T_{кін} - T_{поч}) \Rightarrow \Delta U_{12} = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = 1051 \text{ Дж}$$

$$\Delta U_{23} = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot (T_3 - T_2) = -1848,5 \text{ Дж}$$

$$\Delta U_{34} = -449,5 \text{ Дж} \quad \Delta U_{41} = 1247 \text{ Дж}$$

На даному етапі можна виконати перевірку розрахунків і пересвідчитись, що повна зміна внутрішньої енергії дорівнює нулю:

$$\Delta U = 1051 \text{ Дж} + (-1848,5 \text{ Дж}) + (-449,5 \text{ Дж}) + 1247 \text{ Дж} = 0$$

Корисну роботу циклу розрахуємо як площу, обмежену графіком циклу

$$A = (P_2 - P_1) \cdot (V_2 - V_1) = 2 \cdot 10^5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} = 240 \text{ Дж}$$

Тепло, що надається від нагрівача визначає вираз

$$Q_n = Q_{12} + Q_{41} = A_{12} + \Delta U_{12} + \Delta U_{41} = 3,5 \cdot 10^5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} + 1051 + 1247 = 2718 \text{ Дж}$$

Тепер визначаємо ККД даного циклу і порівнюємо з ККД циклу Карно

$$\eta = \frac{A}{Q_f} = \frac{240}{2718} = 0,089 = 8,9\% \quad \eta_{\text{Карно}} = \frac{779 - 226}{779} = 0,71 = 71\%$$

Відповідь. Коефіцієнт корисної дії 8,9%, корисна робота 240 Дж.

Задачі для самостійного розв'язання

88. Проводиться цикл над одним молем повітря (рис.16). В точці **1** газ знаходиться при нормальних умовах. $V_2 = 1,8V_1$, $P_2 = 2,2P_3$. Ділянки циклу **1-2** та **3-4** є адіабатними процесами. Знайти зміну внутрішньої енергії на окремих ділянках циклу, кількість теплоти, яку одержує робоче тіло від нагрівача, корисну роботу в циклі, ККД циклу.

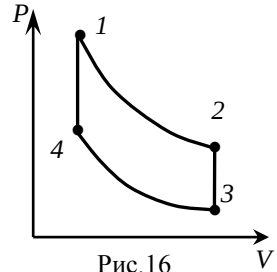


Рис.16

89. Робочим тілом циклу є 32 г кисню (Рис.16). В точці **1** газ знаходиться при нормальних умовах, в процесі **1-2** відбувається зростання об'єму, так що $V_2 = 2,5V_1$.
90. Ділянки циклу **1-2** та **3-4** є ізотермічними процесами. Знайти зміну внутрішньої енергії на окремих ділянках циклу, кількість теплоти, яку одержує робоче тіло від нагрівача, корисну роботу в циклі, ККД циклу.
91. Проводиться цикл (рис.17) над одним молем повітря. В точці **1** газ знаходиться при нормальних умовах, $V_2 = 1,5V_1$. Процес **3-1** адіабатний. Знайти зміну внутрішньої енергії на окремих ділянках циклу, кількість теплоти, що отримує робоче тіло від нагрівача, корисну роботу в циклі, ККД циклу.
92. Робочим тілом циклу (рис.17) є 14 г азоту. В точці **1** газ знаходиться при нормальних умовах, $V_2 = 2,8V_1$. Процес **3-1** ізотермічний. Знайти зміну внутрішньої енергії на окремих ділянках циклу, кількість теплоти, що отримує робоче тіло від нагрівача, корисну роботу в циклі, ККД циклу.

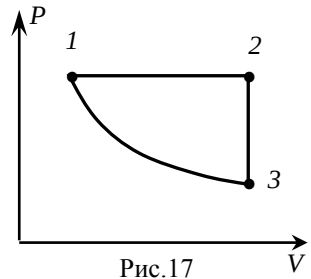


Рис.17

93. Проведено цикл над одним молем повітря (Рис.18). Максимальна температура циклу 850 К, максимальний тиск 3,5 Атм. Ділянка **1-2** є ізотермою, зміну об'єму дорівнює $V_2 = 2,6 V_1$. Знайти зміну внутрішньої енергії на окремих ділянках в циклі, кількість тепла, що робоче тіло одержує в циклі, корисну роботу в циклі, ККД циклу.

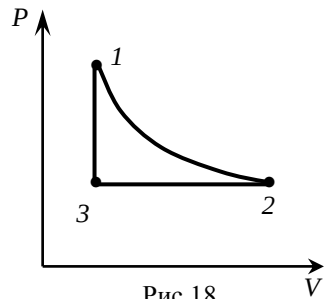


Рис.18

94. Робочим тілом циклу є 1,5 молей повітря (Рис.18). Максимальна температура циклу 150 °С, максимальний тиск 2,5 Атм. Ділянка **1-2** є адіабатою, у цьому процесі тиск спадає до 1 Атм. Знайти зміну внутрішньої енергії на окремих ділянках в циклі, кількість тепла, що робоче тіло одержує в циклі, корисну роботу в циклі, ККД циклу.

95. Ідеальний газ, що містить двохатомні молекули, виконує цикл (рис.19), що складається з двох ізохор і двох ізобар. Ізобари відповідають тискам $P_{\max}=2,12$ Атм, $P_{\min}=1$ Атм. Об'єм змінюється від 1,2 л до 3 л. Температура у початковому стані $T_1 = 60^\circ\text{C}$. Знайти корисну роботу циклу, ККД циклу та зміну внутрішньої енергії на кожній ділянці циклу.

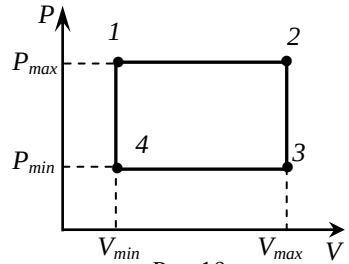


Рис.19

96. Ідеальний газ, що містить двохатомні молекули, виконує цикл (рис.18), що складається з двох ізохор і двох ізобар. Ізобари відповідають тискам $P_{\max}=2,5$ Атм, $P_{\min}=1$ Атм. Об'єм змінюється від 2 л до 6 л. Знайти корисну роботу циклу та його ККД.
97. Ідеальний газ, що містить двохатомні молекули, виконує цикл, що складається з двох ізоterm і двох ізобар. Ізоtermи відповідають температурам $t_1 = 20^\circ\text{C}$ і $t_2 = 170^\circ\text{C}$. Ізобари відповідають тискам так, що $P_{\max} = 2,5 P_{\min}$. Знайти ККД циклу. Порівняти з ККД циклу Карно, побудованому на найвищій та найнижчій ізоtermах даного циклу.
98. Ідеальний газ, що містить трьохатомні молекули, виконує цикл, що складається з двох ізоterm і двох ізохор. Ізоtermи відповідають температурам $t_1 = 35^\circ\text{C}$ і $t_2 = -20^\circ\text{C}$, ізохори відповідають об'ємам V_1 і V_2 ($V_2 = 1,8 V_1$). Знайти ККД циклу.
99. Знайти ККД циклу, який складається з двох ізобар і двох адіабат, якщо температури характерних точок дорівнюють $T_1 = 370$ К, $T_2 = 600$ К, $T_3 = 500$ К, $T_4 = 350$ К. Розв'язання пояснити діаграмою p - V . Порівняти з ККД циклу Карно, побудованому на найвищій та найнижчій температурах даного циклу.
100. Ідеальна теплова машина працює за циклом Карно нагрітим повітрям. Початковий тиск, об'єм та температура відповідно дорівнюють 7 атм, 2 л, 127°C . Після ізоtermічного розширення об'єм дорівнює 5 л, після адіабатичного розширення 8 л. Знайти: 1) координати перетину ізоterm та адіабат; 2) роботу на кожній ділянці циклу; 3) загальну роботу в циклі; 4) ККД циклу; 5) кількість теплоти, що одержує робоче тіло від нагрівача; 6) кількість теплоти, що робоче тіло віддає холодильнику.
101. Енергоблок, що складається з генератора потужністю 200 Мвт, споживає за 1 годину 75 т вугілля. Температура перегрітої пари, яка потрапляє до турбіни, дорівнює 550°C , температура пари в конденсаторі 30°C . Знайти ККД енергоблоку та порівняти з ККД циклу Карно, що працює при таких самих температурах. Питоме тепло згорання вугілля 29 МДж/кг.

Приклади тестових запитань

1. Ідеальна теплова машина працює за циклом Карно, у якому відбуваються процеси: **1-2** – ізотермічне розширення газу при температурі T_1 , **3-4** – ізотермічне стиснення газу при температурі T_3 . Справедливо, що $A_{12}/A_{34} =$

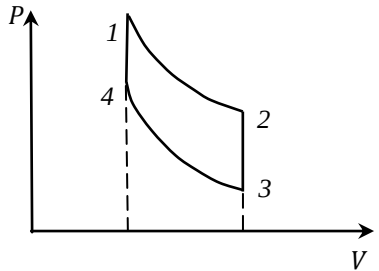
1. $4T_3/T_1$
2. $2T_3/T_1$
3. T_1/T_3
4. T_3/T_1
5. $T_2/2T_1$
6. немає правильної відповіді

2. Ідеальна теплова машина працює за циклом Карно, у якому відбуваються процеси: **1-2** – ізотермічне розширення газу при температурі T_1 , **3-4** – ізотермічне стиснення газу при температурі T_3 . Кількість тепла, яке газ віддає у процесах **4-1** і **2-3**, знаходиться у співвідношенні

1. $Q_{41} = 2 Q_{23}$
2. $2 Q_{41} = Q_{23}$
3. $Q_{41} = Q_{23} = 0$
4. $Q_{41} = 0; Q_{23} > 0$
5. немає правильної відповіді

3. На рис.20 показаний циклічний процес, для якого відомі температури $T_1 = T_2 = 1000 \text{ К}$, $T_3 = T_4 = 500 \text{ К}$. Можна стверджувати, що ККД для такого циклу

1. $\eta = 0$
2. $\eta = 0,5$
3. $\eta < 0,5$
4. $\eta > 0,5$
5. $\eta = 1$
6. Немає правильної відповіді



4. Обігрівач приміщення (тепловий насос) працює за циклом Карно. Робота ізотермічного розширення газу становить 150 Дж. Робота ізотермічного стиснення газу становить 600 Дж. Кількість тепла, яку віддає насос приміщенню дорівнює

1. 0
2. 150 Дж
3. 450 Дж
4. 600 Дж
5. 750 Дж
6. насоси перекачують воду, а не тепло

5. Пристрій працює за циклом Карно. Робота ізотермічного розширення 500 Дж. Робота ізотермічного стиснення газу становить 250 Дж. Цей пристрій є

1. тепловий двигун
2. холодильну машину
3. тепловий насос
4. за різних умов можуть бути усі пристрої, перелічені вище
5. не можна сказати, тому що невідомо, якою є корисна робота даного циклу

6. Пристрій працює за циклом Карно. Робота ізотермічного розширення 200 Дж. Робота ізотермічного стиснення газу 450 Дж. Пристрій представляє собою

1. тепловий двигун
2. холодильну машину
3. тепловий насос
4. за різних умов можуть бути усі пристрої, перелічені вище
5. може бути холодильною машиною, або тепловим насосом
6. не можна сказати, тому що невідомо, якою є корисна робота даного циклу

8. Зміна ентропії у термодинамічних процесах

Ентропією називають функцію стану термодинамічної системи, яка характеризує міру разупорядкованості системи. У термодинаміці ентропія визначається як функція, повний диференціал від якої dS є відношенням енергії, яку отримала система у даному елементарному процесі до температури, при якій процес відбувався

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \quad (37)$$

Зміна ентропії ΔS при переході термодинамічної системи із стану **1** до стану **2** визначається інтегруванням

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T}. \quad (38)$$

Очевидно, що у **зворотному адіабатному** процесі зміна ентропії дорівнює нулю $\Delta S = S_2 - S_1 = 0$.

У реальних ізольованих системах, якщо протікають необоротні адіабатні процеси, відбувається зростання ентропії, тобто $\Delta S > 0$ (**другий закон термодинаміки**).

Користуючись виразом (38) та першим законом термодинаміки, можна записати загальний вираз для зміни ентропії ΔS у довільних процесах, що протікають в ідеальному газі

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} \cdot \left(c_{\mu V} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + R \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \right) \quad (39)$$

Зміну ентропії при розігріві рідини або твердого тіла зручніше представити використовуючи питому теплоємність c , яка для всіх рідин і твердих тіл відома з таблиць

$$\Delta S = c \cdot m \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (40)$$

Зміна ентропії у фазових залежить від питомої теплоти фазового переходу (r - питома теплота пароутворення, λ - питома теплота плавлення), і визначається виразами

$$\text{при пароутворенні} \quad \Delta S = \frac{r \cdot m}{T_{\text{пар}}} \quad (41)$$

$$\text{при плавленні} \quad \Delta S = \frac{\lambda \cdot m}{T_{\text{пл}}} \quad (42)$$

Найбільш упорядкованою системою є кристалічна структура при температурі абсолютного нуля. **Тому третій закон термодинаміки** формулюють у вигляді: ентропія довільної термодинамічної системи дорівнює нулю при $T = 0$, тобто функція ентропії має мінімальне початкове значення $S_0 = 0$.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Змішують 300 г води при температурі 20 °C та 450 г води при температурі 80 °C. Визначити температуру суміші та зміну ентропії у даному процесі.

Дано:

$$m_1 = 0,3 \text{ кг}$$

$$T_1 = 293 \text{ K}$$

$$m_2 = 0,45 \text{ кг}$$

$$T_2 = 353 \text{ K}$$

Розв'язання

Для визначення температури складемо рівняння теплового балансу

$$c \cdot m_1 \cdot (t_{\text{есм}} - t_1) = c \cdot m_2 \cdot (t_2 - t_{\text{есм}}).$$

Розв'язання цього рівняння відносно $t_{\text{есм}}$ дає вираз, до якого підставимо числові значення

$$t_{\text{есм}} = ? \quad \Delta S = ? \quad t_{\text{есм}} = \frac{m_2 \cdot t_2 + m_1 \cdot t_1}{m_1 + m_2} = 56^\circ \text{C}.$$

Звернемо увагу, що використовуючи рівняння теплового балансу, значення температури можна підставляти по шкалі Цельсія.

Ентропія адитивна величина, тобто $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$, використовуючи вираз (40) для кожної складової суміші, отримаємо

$$\begin{aligned} \Delta S &= c \cdot m_1 \cdot \ln \frac{T_{\text{есм}}}{T_1} + c \cdot m_2 \cdot \ln \frac{T_{\text{есм}}}{T_2} = 4200 \cdot \left(0,3 \cdot \ln \frac{329}{293} + 0,45 \cdot \ln \frac{329}{353} \right) \\ &= 4200 (0,3 \cdot 0,115 + 0,45 \cdot (-0,070)) = 0,028 \text{ Дж/К} \end{aligned}$$

Відповідь. В разі змішування отримуємо воду при температурі 56 °C. Процес змішування протікає без додавання енергії зовні, тобто є адиабатним, але незворотним, тому відбулося зростання ентропії на 0,028 Дж/К.

Приклад 2. Лід масою 2 кг знаходиться при температурі -20°C , його розігрівають і перетворюють на воду при температурі 50°C . Знайти зміну ентропії у цьому процесі.

Дано:

$$m_{\text{л}} = 2 \text{ кг}$$

$$T_1 = 253 \text{ K}$$

$$T_{\text{г}} = 323 \text{ K}$$

Розв'язання

Розглянемо всі процеси, які приводять від початкового до кінцевого стану. Спершу лід розігріваємо до температури плавлення $T_2 = T_{\text{пл}} = 273 \text{ K}$. У цьому процесі зміна ентропії

$$\Delta S = ? \quad \Delta S_{12} = c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = 2100 \cdot 2 \cdot \ln \frac{273}{253} = 319,5 \text{ Дж/К}.$$

$$\text{Далі відбувається плавлення льоду} \quad \Delta S_{23} = \frac{\lambda \cdot m}{T_{\text{пл}}} = \frac{3,35 \cdot 10^5 \cdot 2}{273} = 2454 \text{ Дж/К}.$$

У наступному процесі воду, маса якої дорівнює масі льоду, розігріваємо до заданої температури $T_3 = T_{\text{г}} = 323 \text{ K}$. Для такого процесу зміну ентропії визначаємо за виразом

$$\Delta S_{12} = c_g \cdot m_n \cdot \ln \frac{T_3}{T_2} = 4200 \cdot 2 \cdot \ln \frac{323}{273} = 1413 \text{ Дж/К}.$$

Додаванням знайдених величин знайдемо результуючу зміну ентропії

$$\Delta S = \Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{34} = 4186,5 \text{ Дж/К}$$

Відповідь. У розглянутому процесі ентропія зросла на 4186,5 Дж/К.

102. Знайти зміну ентропії при плавленні 2 кг льоду, що знаходиться при температурі 0 °С.
103. Знайти зміну ентропії при перетворенні 50 г води при 0 °С в пару, температура якої 100 °С.
104. 250 г розплавленого алюмінію при температурі плавлення вилили на лід при 0 °С. Знайти встановлену температуру та зміну ентропії при цьому процесі.
105. 5 г водню розширюються ізобарно від об'єму 10 л до об'єму 25 л. Знайти зміну ентропії при цьому процесі.
106. 20 г азоту ізотермічно розширюються від об'єму 2 л до об'єму 5 л. Знайти зміну ентропії при цьому розширенні.
107. 30 г кисню нагріваються від 50 °С до 150 °С. Знайти зміну ентропії, якщо нагрівання відбувається ізохорично.
108. Знайти зміну ентропії при переході 10 г кисню від об'єму 10 л при температурі 80 °С до об'єму 60 л при температурі 350 °С.
109. Знайти зміну ентропії при переході 3 г водню від об'єму 20 л під тиском 2 атм до об'єму 60 л під тиском 1 атм.

Приклади тестових запитань

1. Ідеальна теплова машина працює за циклом Карно, у якому відбуваються процеси: **1-2** – ізотермічне розширення газу при температурі T_1 , **3-4** – ізотермічне стиснення газу при температурі T_3 . В процесі **2-3** зміна ентропії

1. пропорційна T_3/T_1
2. пропорційна $(T_3 - T_1)$
3. дорівнює Q_{12}/T_3
4. дорівнює 0
5. дорівнює $A_{23}/(T_1 - T_3)$
6. немає правильної відповіді

2. Відбувається ізотермічне розширення газу від об'єму V_1 до об'єму V_2 . Зміна ентропії пропорційна

1. $\ln \frac{T_2}{T_1}$
2. $(T_2 - T_1)$
3. V_2/V_1
4. $\ln \frac{V_2}{V_1}$
5. $Q_{12}/(V_2 - V_1)$

3. Ідеальний газ розширюється адіабатно, і об'єм зростає в 2 рази. Ентропія

1. зростає в 2 рази
2. зменшується в 2 рази
3. зростає в 4 раз
4. зменшується в 4 рази
5. не змінюється
6. немає правильної відповіді

9. Явища переносу

Якщо термодинамічну систему вивести із стану рівноваги, і потім надати самій собі, вона повертається (релаксує) до стану рівноваги. Явища, які супроводжують повернення системи до стану рівноваги називають **явищами переносу**. До них належать **дифузія, в'язкість, теплопровідність**. Всі ці явища для ідеальних газів мають однакову фізичну природу, зв'язану з тепловим рухом молекул, і описуються рівняннями, однаковими за структурою.

В явищі **дифузії** відбувається перенос речовини в напрямку зменшення її концентрації. Кількість речовини m , перенесеної через площину ΔS протягом інтервалу часу Δt визначається **законом Фіка**

$$m = -D \frac{d\rho}{dx} \cdot \Delta S \cdot \Delta t . \quad (40)$$

У процесі **теплопровідності** відбувається перенос тепла в напрямку зменшення температури. Кількість тепла Q , перенесеного через площину ΔS протягом інтервалу часу Δt визначається **законом Фур'є**

$$Q = -K \frac{dT}{dx} \cdot \Delta S \cdot \Delta t . \quad (41)$$

Внутрішнє тертя (в'язкість) проявляє себе переносом імпульсу від шарів рідини, що рухаються з більшими швидкостями, в напрямку шарів, що рухаються з меншими швидкостями. На рис.3 показано умовне розбиття рідини на шари, кожний з яких рухається уздовж осі y із своєю швидкістю u . З віддаленням шару рідини уздовж осі x значення швидкості зменшується, переривчастою лінією показаний **профіль швидкостей** для деякого моменту часу. Імпульс mu , перенесений від шару до шару уздовж осі x через виділену площину ΔS протягом часу Δt визначається рівнянням

$$(mu) = -\eta \frac{du}{dx} \cdot \Delta S \cdot \Delta t . \quad (42)$$

Його представляють у вигляді **закону Ньютона** для сили в'язкого (внутрішнього) тертя

$$F = -\eta \frac{du}{dx} \cdot \Delta S \quad (43)$$

В рівняння (40-43) входить градієнт відповідної фізичної величини: $d\rho/dx$ – градієнт густини газу dT/dx – градієнт температури du/dx – градієнт швидкості .

Знак “-” перед усіма градієнтами означає, що перенесення маси, тепла та імпульсу відбувається в напрямку зменшення, відповідно, густини, температури, швидкості.

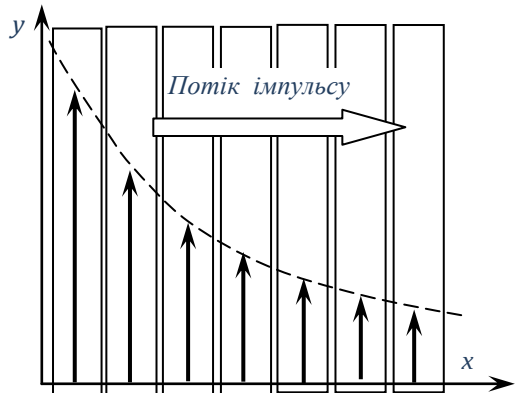


Рис.21

Нижче в таблиці рівняння представлені у скороченому вигляді, використані поняття **густина потоку тепла** q_s та **густина потоку речовини** j_s , а також показаний зв'язок коефіцієнтів переносу з молекулярними властивості газів.

Назва явища	Вигляд рівняння в одномірному випадку	Коефіцієнт переносу	
Дифузія	$j_s = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x}$	$D = \frac{1}{3} v \bar{\lambda}$	(9)
В'язкість	$F = -\eta \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \Delta S$	$\eta = \frac{1}{3} v \bar{\lambda} \rho$	(10)
Тепло-провідність	$q_s = -K \frac{\Delta T}{\Delta x}$	$K = \frac{1}{3} v \bar{\lambda} c_v \rho$	(11)

Як видно, коефіцієнти переносу поступово ускладнюються, так що між ними можна виявити простий зв'язок. Всі коефіцієнти переносу залежать від середньої арифметичної швидкості молекул

$$v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \quad (47)$$

і середньої довжини вільного пробігу молекул газу

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n} \quad (48)$$

В останній формулі $\bar{z}$ - середнє число зіткнень кожної молекули з іншими в одиницю часу, σ - ефективний діаметр молекули. Загальне число зіткнень усіх молекул в одиниці об'єму за одиницю часу дорівнює

$$Z = \frac{1}{2} \bar{z} n \quad (49)$$

Звернемо увагу на те, що до коефіцієнту теплопровідності входить **питома** теплоємність газу при сталому об'ємі $c_v = iR/(2\mu)$.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул аміаку, якщо в об'ємі 2 л знаходиться 4,5 моля газу. Діаметр молекули дорівнює $3,5 \cdot 10^{-10}$ м.

Дано:

$$V = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$\nu = 4,5 \text{ моль}$$

$$\sigma = 3,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\lambda = ?$$

Розв'язання

Скористаємося формулою (48) для довжини вільного пробігу

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n}$$

Знайдемо зв'язок між концентрацією молекул та кількістю молей газу і скористаємося для визначення λ

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \cdot \nu}{V} \Rightarrow \lambda = \frac{V}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sigma^2 \cdot N_A \cdot \nu}$$

Підставимо числові значення і виконаємо розрахунки

$$\lambda = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot 12,25 \cdot 10^{-20} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 4,5} = 1,361 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

Відповідь. Довжина вільного пробігу молекул дорівнює 1,361 нм.

Приклад 2. Знайти коефіцієнт дифузії кисню при нормальних умовах. Діаметр молекули дорівнює 0,3 нм.

Дано:

$$P = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 273 \text{ К}$$

$$\sigma = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

Розв'язання

Коефіцієнт дифузії визначає вираз

$$D = \frac{1}{3} v \bar{\lambda}$$

Розрахуємо середньоарифметичну швидкість молекул

$$D = ? \quad v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 273}{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} = 425 \text{ м/с}.$$

Визначимо довжину вільного пробігу молекул

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sigma^2 \cdot n} = \frac{kT}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sigma^2 \cdot P} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}{1,41 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-20} \cdot 10^5} = 9,45 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

Підставимо знайдені значення у вираз для коефіцієнта дифузії

$$D = \frac{1}{3} v \bar{\lambda} = \frac{1}{3} \cdot 425 \cdot 9,45 \cdot 10^{-8} = 1,34 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Відповідь. Коефіцієнт дифузії кисню дорівнює $1,34 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.

Приклад 3. Для кисню (O_2) визначили коефіцієнти дифузії ($1,42 \text{ см}^2/\text{с}$) і внутрішнього тертя ($8,5 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$). Визначити концентрацію молекул O_2 у цих умовах

Дано:

$$D = 1,42 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$$

$$\eta = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Розв'язання

Порівнюючи вирази для коефіцієнту дифузії та внутрішнього тертя, отримаємо зв'язок між ними

$$\lambda = ? \quad D = \frac{1}{3} v \bar{\lambda} \quad \text{і} \quad \eta = \frac{1}{3} v \bar{\lambda} \rho \quad \Rightarrow \quad \eta = D \cdot \rho$$

Концентрація і густина газу зв'язані $\rho = m_0 \cdot n$, виконуємо перетворення

$$\rho = \frac{\mu \cdot n}{N_A} \Rightarrow \eta = D \cdot \frac{\mu \cdot n}{N_A} \Rightarrow n = \frac{\eta \cdot N_A}{D \cdot \mu} = \frac{8,5 \cdot 10^{-6} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{1,42 \cdot 10^{-4} \cdot 32 \cdot 10^{-3}} = 1,126 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$$

Відповідь. Концентрація молекул кисню дорівнює $1,126 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$.

Задачі для самостійного розв'язання

110. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул
 а) азоту при нормальних умовах; $\sigma = 3 \cdot 10^{-10}$ м;
 б) водню, якщо його густина становить 2 кг/м^3 ; $\sigma = 2,5 \cdot 10^{-10}$ м;
 в) кисню, якщо 2 мг займають об'єм 50 мм^3 ; $\sigma = 3 \cdot 10^{-10}$ м;
 г) аміаку, якщо в об'ємі 3 л знаходиться $0,45$ моля газу; $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-10}$ м;
 д) йоду, якщо в об'ємі 2 м^3 знаходиться 10^{26} молекул; $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-10}$ м;
111. В балоні знаходиться вуглекислий газ (CO_2) з густиною $1,7 \text{ кг/м}^3$. У цих умовах довжина вільного пробігу дорівнює $7,9 \cdot 10^{-6}$ см. Визначити з цих ефективний діаметр молекули.

Визначення коефіцієнтів переносу

112. Визначити коефіцієнт дифузії водню при температурі 550°C та тиску $1,8 \text{ атм}$. Діаметр молекули прийняти рівним $2,5 \cdot 10^{-10}$ м (5).
113. Визначити коефіцієнт дифузії аміаку, який при температурі 220°C знаходиться під тиском $0,8 \text{ атм}$. Діаметр молекули дорівнює $3,5 \cdot 10^{-10}$ м.
114. Знайти коефіцієнт дифузії водню при нормальних умовах. Діаметр молекули дорівнює $0,25 \text{ нм}$.
115. Визначити коефіцієнт дифузії водяної пари у повітрі при температурі 20°C , якщо густина повітря складає 2 кг/м^3 , а молярна маса повітря $29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ (31).
116. Коефіцієнт дифузії вуглекислого газу при температурі 300 К дорівнює $0,146 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$. Визначити тиск, під яким знаходиться газ. Діаметр молекули прийняти рівним $3,0 \cdot 10^{-10}$ м (26)
117. Коефіцієнт дифузії водню при 30°C дорівнює $3,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. Знайти при цих умовах середню довжину вільного пробігу молекул. Визначити, який тиск створений у системі. (19,35)
118. Визначити коефіцієнт в'язкості вуглекислого газу при температурі 550°C . Діаметр молекули прийняти рівним $3,0 \cdot 10^{-10}$ м. (10)
119. Знайти коефіцієнт внутрішнього тертя аміаку, який протікає по змійовику діаметром 3 мм при температурі 10°C .
120. Знайти коефіцієнт теплопровідності аміаку, який заповнює прошарок товщиною 5 мм при температурі -5°C . (14)

Зв'язок між коефіцієнтами переносу

121. Коефіцієнт теплопровідності кисню при температурі 50°C та тиску $2,9 \text{ атм}$ дорівнює $0,13 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$. Знайти при цих умовах коефіцієнт дифузії. (7)
122. Коефіцієнт теплопровідності кисню у даних умовах дорівнює $0,1 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$. Знайти при цих умовах його коефіцієнт в'язкості. (2)

123. Коефіцієнт теплопровідності аміаку при даній температурі дорівнює 0.3 Вт/(м·К). Знайти при цих умовах його коефіцієнт в'язкості. (28)
124. Коефіцієнт теплопровідності кисню при температурі 10 °С та тиску 1,2 атм дорівнює 0.0132 Вт/(м·К). Знайти при цих умовах коефіцієнт дифузії.
125. Для кисню (O₂) визначили коефіцієнти дифузії (1,42 см²/с) і внутрішнього тертя (8,5·10⁻⁶ Па·с). Визначити концентрацію молекул O₂ у цих умовах (16)
126. Для водню визначили коефіцієнт дифузії 1,42 см²/с і коефіцієнт внутрішнього тертя 8,5·10⁻⁶ Па·с. Визначити концентрацію молекул водню при цих умовах. (18)
127. Для азоту визначили коефіцієнт дифузії 0,178 см²/с і коефіцієнт внутрішнього тертя 1,5·10⁻⁵ Па·с. Визначити густину азоту при цих умовах. (29)
128. Знайти коефіцієнт в'язкості водню, який знаходиться під тиском 1 Атм, якщо коефіцієнт дифузії у цих умовах дорівнює 8,8·10⁻⁶ м²/с.

Використання рівнянь Фіка, Фур'є, Ньютона

129. Вікно в кімнаті двошарове, між зовнішнім і внутрішнім склом відстань дорівнює 2 см. Площа вікна 2 м². Температура в кімнаті підтримується на рівні +18°С, за вікном +4 °С м. Знайти кількість теплоти, що віддається у навколишнє середовище внаслідок теплопровідності за 1 секунду. Для повітря діаметр молекули прийняти рівним 3·10⁻¹⁰ м, молярна маса 29·10⁻³ кг/моль. (30).
130. Між двома паралельними плоскими пластинами існує зазор 10 см, заповнений азотом. Температури пластин дорівнюють 250 К та 270 К. Знайти потік тепла від одної пластини до іншої. Діаметр молекули прийняти рівним 3·10⁻¹⁰ м. Коефіцієнти переносу визначати для температури 260 К. (20).
131. Рідина протікає по мідній трубці довжиною 25 см, внутрішній і зовнішній діаметри якої дорівнюють, відповідно, 2,0 см і 2,1 см. Яка кількість тепла передається через бокову стінку труби у навколишнє середовище, якщо температура рідини 80°С, температура навколишнього середовища 20 °С, теплопровідність міді 390 Вт/(м·К)? (8)
132. Скляний акваріум заповнений водою, яку необхідно підтримувати при температурі 32°С. Температура у приміщенні встановилась на рівні 18 °С. Якої потужності нагрівач забезпечить необхідний перепад температур, якщо акваріум представляє собою сферу радіусом 25 см з товщиною стінки 5 мм? Коефіцієнт теплопровідності для скла дорівнює 0,74 Вт/(м·К)? (33)
133. На довжині 12 см густина насиченої пари у повітрі змінюється від 4,8 до 8,8 г/м³. Чому дорівнює маса водяної пари, яка внаслідок дифузії проходить через поверхню 50 см² за 10 хвилин? Коефіцієнт дифузії водяної пари визначити для температури 7 °С. Процес відбувається у повітрі (молярна маса 29·10⁻³ кг/моль).

134. На довжині 1,2 м парціальний тиск насиченої пари у повітрі змінюється від 1,23 до 2,23 кПа. Чому дорівнює маса водяної пари, яка внаслідок дифузії проходить через поверхню 10 м^2 за 1 с? Коефіцієнт дифузії визначити для температури 15°C . Процес відбувається у повітрі (молярна маса $29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$).
135. Циліндрична трубка радіусом 10 см і довжиною 12 см заповнена аміачно повітряною сумішшю, причому на кінцях трубки парціальний тиск аміаку підтримується на рівнях 0,2 Па і 0,1 Па. Визначити, яка кількість аміаку проходить щосекунди через переріз трубки. Процес відбувається при температурі 0°C .
136. Два резервуари об'ємом 2 м^3 і 20 л заповнені повітрям при температурі 110°C і з'єднані трубою діаметром 5 см і довжиною 40 см. У кожен резервуар добавили по 20 г аміаку. Визначити напрямок дифузійного потоку; кількість аміаку, що проходить через переріз з'єднувальної трубки за перші 10 с від початку процесу.
137. Дві плоскі поверхні знаходяться на відстані 5 мм, простір між ними заповнений повітрям при температурі 20°C і атмосферному тиску. Яка сила в'язкого тертя діє між ними у той момент, коли вони рухаються з відносною швидкістю 2 см/с, і площа перекриття поверхонь дорівнює 25 см^2 .
138. Циліндр радіусом 10 см та довжиною 0,35 м розташований всередині циліндру радіусом 10,2 см таким чином, що їх осі збігаються. Зовнішній циліндр нерухомий, а внутрішній обертається з кутовою швидкістю 20 рад/с. Коефіцієнт в'язкості газу між стінками обох циліндрів дорівнює 9 мкПа·с. Яку дотичну силу необхідно прикласти до зовнішнього циліндра, щоб він залишався нерухомим.

Приклади тестових запитань

1. Коефіцієнти теплопровідності азоту (індекс 1) та аміаку (індекс 2) однакові. У якому співвідношенні знаходяться їх коефіцієнти в'язкості? $\eta_1 / \eta_2 =$

1. $1,2 \cdot \mu_1 / \mu_2$ 2. μ_1 / μ_2 3. $1,4 \cdot \mu_1 / \mu_2$ 4. $1,2 \cdot \mu_2 / \mu_1$
 5. μ_2 / μ_1 6. $1,4 \cdot \mu_2 / \mu_1$ 7. немає правильної відповіді

2. Температура газу зросла в 2 рази. Як зміниться коефіцієнт дифузії в ізобарному процесі?

1. зростає в 2 рази 2. зростає в 4 раз 3. зменшується в 2 рази
 4. зменшується в $2 \cdot \sqrt{2}$ рази 5. не змінюється

3. Густина газу зростає в 3 рази. Коефіцієнт теплопровідності

1. зростає в 3 рази 2. зменшується в 3 рази 4. зменшується в 9 разів
 5. зменшується в $2 \cdot \sqrt{3}$ рази 6. не змінюється

9. Рівняння стану реального газу

У реальному газі молекули рухаються хаотично, але на відміну від ідеального, між молекулами діють сили відштовхування та притягання електромагнітної природи. Щоб врахувати неідеальність, у рівняння стану вводять поправки. Найбільш поширеним є рівняння Ван-дер-Ваальсу, яке для 1 молю газу має вигляд:

$$\left(P + \frac{a}{V_o^2}\right)(V_o - b) = RT \quad (50)$$

де V_o – об'єм одного моля газу, a , b – сталі Ван-дер-Ваальса, які мають певний фізичний сенс. Величина $a/V_o^2 = p_i$ визначає внутрішній тиск в реальному газі, зумовлений взаємним притяганням молекул. Поправка b зв'язана з наявністю об'єму v_o у кожної молекули, і визначається виразом

$$b = 4 \cdot v_o \cdot N_A = 4 \cdot (\pi/6) \cdot \sigma^3 N_A \quad (51)$$

Зрозуміло, що $v = v_o N_A$ – об'єм усіх молекул 1 молю даного моля газу, σ – ефективний діаметр молекули.

З виразу (50) випливає, що за однакової температури тиск для 1 молю реального газу менший, ніж для ідеального на величину $a/V_o^2 = p_i$, і визначається співвідношенням

$$P = \frac{RT}{V_o - b} - \frac{a}{V_o^2} \quad (52)$$

Залежність $P(V_o)$ для сталої температури представляє собою ізотеру реального газу, показану на рис.22. Горизонтальна ділянка $B\Gamma$ відповідає фазовому переходу (пароутворення, конденсація). Підвищення температури веде до звуження цієї ділянки. Для кожної речовини існує гранична температура, якій відповідає ізотера з точкою перегину (горизонтальна ділянка вироджується в точку E на рис.22). Її називають критичною температурою T_k ; тиск, який відповідає точці перегину називають критичним тиском p_k . Об'єм, який займає один моль газу при таких умовах називають критичним молярним об'ємом $V_{o,k}$. Стан речовини, у якому тиск, температура та об'єм мають зазначені величини називають **критичним станом** даної

Таблиця 1

Речовина	a , Дж м ³ /моль ²	b , 10 ⁻⁵ м ³ /моль
Азот (N ₂)	0.136	3.8
Аргон (Ar)	0.132	3.2
Вода (H ₂ O)	0.554	3.0
Водень (H ₂)	0.024	2.7
Вугл. газ (CO ₂)	0.364	4.3
Кисень (O ₂)	0.137	3.2
Гелій (He)	0.003	2.2

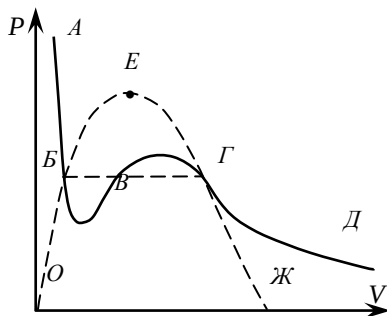


Рис.22.

речовини, а відповідну точку на діаграмі $P(V)$ або $P(T)$ **критичною точкою**.

Сталі a і b даного газу зв'язані з його критичними параметрами таким співвідношеннями

$$V_{ok} = 3b, \quad p_k = \frac{a}{27b^2}, \quad T_k = \frac{8a}{27bR}.$$

Розв'язання цих рівнянь відносно сталих a і b дозволяє визначити їх через критичні параметри:

$$a = \frac{27T_k^2 R^2}{64p_k}, \quad b = \frac{T_k R}{8p_k}. \quad (54)$$

Для довільної маси газу m рівняння Ван-дер-Ваальса набуває вигляду:

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \frac{m^2}{\mu^2}\right) \left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT \quad (55)$$

У деяких задачах корисним є рівняння Ван-дер-Ваальсу у безрозмірних (зведених) величинах. Їх вводять як відношення до відповідних критичних параметрів:

$$\text{зведена температура } \tau = \frac{T}{T_k}, \quad \text{зведений тиск } \pi = \frac{P}{P_k}, \quad \text{зведений об'єм } \omega = \frac{V}{V_k}.$$

Для 1 моля рівняння у зведених величинах має вигляд

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1) = 8\tau \quad (56)$$

Приклад 1. Один моль азоту знаходиться при температурі -100°C . Знайти тиск газу на стінки посудини, якщо об'єм дорівнює 1) 1л; 2) 0,1л. Порівняти з тиском, який утворював би азот, якщо б був ідеальним газом.

Дано:

$$V_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$T = 173 \text{ К}$$

Розв'язання

Використаємо рівняння Ван-Дер-Ваальса для 1 молю газу

$$\left(P + \frac{a}{V_o^2}\right)(V_o - b) = RT$$

і запишемо вираз для тиску реального газу

$$P = \frac{RT}{V_o - b} - \frac{a}{V_o^2}$$

З Таблиці 1 визначаємо сталі a і b для кисню, підставляємо у вираз для тиску і виконуємо розрахунки

Таблиця 2

Речовина	$T_k, \text{ К}$	$P_k, 10^6 \text{ Па}$
Азот (N_2)	126	3.4
Аргон (Ar)	151	4.86
Аміак (NH_3)	406	11.4
Водень (H_2)	33	1.3
Вода (H_2O)	647	22.0
Вугл. газ (CO_2)	304	7.4
Гелій (He)	5.2	0.23
Кисень (O_2)	154	5.04

$$P_{p1} = \frac{8,31 \cdot 173}{1 \cdot 10^{-3} - 3,5 \cdot 10^{-5}} - \frac{0,137}{10^{-6}} = \frac{8,31 \cdot 173}{100 \cdot 10^{-5} - 3,5 \cdot 10^{-5}} - \frac{0,137}{10^{-6}} = 13,53 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$P_{p2} = \frac{8,31 \cdot 173}{1 \cdot 10^{-4} - 3,5 \cdot 10^{-5}} - \frac{0,137}{10^{-8}} = \frac{8,31 \cdot 173}{10 \cdot 10^{-5} - 3,5 \cdot 10^{-5}} - \frac{0,137}{10^{-8}} = 84 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Тиск для ідеального газу розраховуємо з використанням рівняння (1), і після розрахунків отримаємо

$$P_{u01} = 14,38 \cdot 10^5 \text{ Па} \quad P_{u02} = 143,8 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Відповідь. Значення тиску, розраховані за формулами ідеального та реального газів для об'єму $V_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ відрізняються незначно і дорівнюють $P_{p1} = 13,53 \cdot 10^5 \text{ Па}$ і $P_{u01} = 14,38 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Якщо газ стиснутий до меншого об'єму, $P_{p2} = 84 \cdot 10^5 \text{ Па}$ і $P_{u02} = 143,8 \cdot 10^5 \text{ Па}$ значення відрізняються майже в два рази і використання рівняння Менделєєва-Клапейрона є неприпустимим.

Приклад 2. Знайти ефективний діаметр молекули кисню, вважаючи відомими критичні величини для кисню $T_k = 154 \text{ К}$, $P_k = 50 \text{ Атм}$.

Дано:

$$P_k = 50 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T_k = 154 \text{ К}$$

$$\sigma = ?$$

Розв'язання

Поправка b зв'язана з наявністю об'єму v_o у кожної молекули, і визначається виразом

$$b = 4 \cdot v_o \cdot N_A = 4 \cdot (\pi / 6) \cdot \sigma^3 N_A$$

Виразимо ефективний діаметр молекул

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot b}{2 \cdot \pi \cdot N_A}}.$$

З останнього виразу видно, що користуючись критичними параметрами необхідно визначити, тільки одну поправку

$$b = \frac{T_k R}{8 P_k} = \frac{154 \cdot 8,31}{8 \cdot 50 \cdot 10^5} = 3,199 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{ммоль}$$

Проведемо розрахунки ефективного діаметра молекул

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 3,2 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 3,14 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = \sqrt[3]{25,4 \cdot 10^{-30}} = 2,94 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Відповідь. Ефективний діаметр молекул кисню дорівнює $2,94 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

Задачі для самостійного розв'язання

139. Один моль кисню знаходиться при температурі -120°C . Знайти тиск газу на стінки посудини, якщо об'єм дорівнює: 1) 1 л; 2) 0,1 л. Порівняти з тиском, який утворював би газ, якщо б був ідеальним.

140. 2 кмоль водню знаходяться при температурі 27°C та тиску 40 атм. Знайти об'єм газу, розглядаючи його як 1) ідеальний; 2) реальний.
141. В закритій посудині об'ємом 200 л знаходиться 400 моль кисню під тиском 35 атм. Виходячи з рівняння Ван–дер–Ваальса, знайти, у скільки разів треба збільшити температуру газу, щоб тиск збільшився в 2 рази.
142. Знайти ефективний діаметр молекули кисню, вважаючи відомими критичні величини для кисню $T_k = 154\text{ K}$, $p_k = 50\text{ атм}$.
143. Знайти ефективний діаметр молекули азоту за відомою сталою Ван–дер–Ваальса.
144. 10 г гелію займають об'єм 100 см^3 при тиску 100 атм. Знайти температуру газу, користуючись рівнянням Ван - дер - Ваальса в **зведених величинах**.
145. 1 кмоль гелію займає об'єм 237 л при температурі -200°C . Знайти тиск газу, користуючись рівнянням Ван–дер–Ваальса в **зведених величинах**.

Приклади тестових запитань

1. Для 2 молів рідкого кисню експериментально визначили тиск насиченої пари при даних умовах. Якщо кількість речовини подвоїти, тиск насиченої пари
 1. зросте вдвічі,
 2. зменшиться вдвічі,
 3. не зміниться,
 4. не можна сказати, тому що недостатньо даних
2. Балон ємкістю 10 літрів наполовину заповнили рідиною, при заданих умовах над її поверхнею знаходиться насичена пара. Якщо вільний об'єм над поверхнею рідини збільшити вдвічі, тиск насиченої пари
 1. зросте вдвічі,
 2. зменшиться вдвічі,
 3. не зміниться,
 4. не можна сказати, тому що недостатньо даних
3. Для 2 молів речовини експериментально визначили критичний тиск і критичну температуру. Якщо кількість речовини подвоїти, критичний тиск
 1. зросте вдвічі,
 2. зменшиться вдвічі,
 3. не зміниться,
 4. не можна сказати, тому що недостатньо даних
4. До рівняння Ван–дер–Ваальса входить поправка a/v^2 , яка характеризує
 1. зменшення об'єму газу внаслідок дії сил притягання між молекулами
 2. додатковий тиск в балоні, зумовлений відштовхуванням молекул
 3. зменшення тиску в балоні внаслідок дії сил притягання між молекулами
 4. зростання об'єму газу, тому що не можна знехтувати об'ємом молекул
5. Від рівняння Ван–дер–Ваальса можна перейти до рівняння Менделєєва–Клапейрона, якщо виконуються такі умови

$$1. \frac{a}{v^2} \ll \frac{R \cdot T}{V}, P < P_{кр} \quad 2. \frac{a}{v^2} \ll b, V \ll \frac{dP}{dT} \quad 3. V \gg b, \frac{R \cdot T}{V} \gg \frac{a}{v^2}$$

4. Усі відповіді містять помилку

Перелік рекомендованої літератури

1. Курс фізики. За ред. І.Є. Лопатинського. Навчальний підручник. – Львів, Бескид Біт, 2002. – 376 с.
2. Кучерук І.М., Горбачук І.І., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1-3.– Київ: Техніка.– 1999.
3. Клим М.М., Якібчук П.М. Молекулярна фізика.-Львів, 2003.-543 стр.
4. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Лебедев А.К. Справочник по физике для инженеров и студентов ВУЗов.- М.: Мир и образование.- 1050 стр.
5. Садовий А.І., Лече Ю.Г. Основи фізики з задачами і прикладами їх розв'язання.– Київ: Кондор.- 2003.
6. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 1977 - 1979, т.1-3.
7. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1990, 2004, 2009
8. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Высшая школа, 1973, 1981, 1983, 2002

Зміст

Основні термодинамічні параметри та одиниці вимірювання	3
Рівняння стану ідеальних газів	5
Ізопроееси	10
Внутрішня енергія ідеального газу	14
Основи термодинаміки	18
Адіабатний процес	24
Політропні процеси	27
Циклічні процеси	31
Зміна ентропії у термодинамічних процесах	41
Явища переносу	44
Рівняння стану реального газу	50
Перелік рекомендованої літератури	54